



Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Proyecto Fin de Grado

**Título: EFECTOS DE CONDUCCIÓN
AXIAL EN LA PARED EN
INTERCAMBIADORES DE CALOR
DE PLACAS PLANAS CON FLUJO
LAMINAR EN CONTRAFLUJO.**

Autor: Guillermo Martínez Rodríguez

**Titulación: Grado en Ingeniería en
Tecnologías Industriales.**

Profesor: D. Marcos Vera Coello.

Fecha: Septiembre 2014.

Introducción

En este trabajo fin de grado se estudia la evolución de la eficiencia y flujos de calor (entre otros parámetros) en un micro-intercambiador de calor de placas planas trabajando en contraflujo para diversos casos de estudio.

El trabajo empieza con una breve explicación de lo que son los intercambiadores de calor, su funcionamiento y parámetros dominantes. Esto ayuda a entender las ventajas e inconvenientes de los micro-intercambiadores de calor, por lo que tras descripción sigue una exposición de sus utilidades.

Estando claros los conceptos básicos se pasa a desarrollar las ecuaciones físicas del modelo que describe nuestro problema y que están en el programa de cálculo para poder empezar con los casos de estudio.

Los casos de estudio se dividen a su vez en dos, dependiendo del parámetro adimensional que queramos dejar fijo que estarán vinculados a) a la conductividad de la pared y b) el espesor de pared; en ambos casos se obtienen los correspondientes valores de flujos de transferencia de calor axial y transversal en la pared. Las conclusiones obtenidas se evalúan con las gráficas aportadas por el programa numérico empleado en el trabajo MATLAB.

Finalmente se elaboran una serie de conclusiones con los resultados obtenidos.

Abstract

In this final Degree project the evolution of efficiency and heat fluxes (among other parameters) in a micro plates counter flow heat exchanger is studied for various cases.

The work begins with a brief explanation of what the heat exchangers are, how they work and their key parameters. This helps to understand the advantages and disadvantages of micro - heat exchangers, which are briefly described along with its benefits.

Being clear the basic concepts, the next step is to develop the physical equations that describe the problem model and that are also incorporated in the calculation program to start with case studies.

Case studies are divided into two, depending on the dimensionless parameter that we want to fix: a) the parameter related to the conductivity of the wall and b) related to the wall thickness; in both case obtaining axial and transversal heat transfer flux values in the wall separating both fluids in the micro heat exchanger. The conclusions obtained are evaluated with the aid of graphics provided by the MATLAB numerical program used in the work.

Finally some conclusions are obtained from the given results.

1. Tabla de Contenidos.

1. Tabla de Contenidos.....	2
2. Introducción teórica. Objeto y alcance del proyecto.....	6
3. Introducción a los intercambiadores de calor.....	7
3.1. Definición de intercambiador de calor.....	7
3.2. Aplicaciones generales de los intercambiadores de calor.	7
3.3. Factores que influyen en la eficiencia de los intercambiadores de calor.	9
3.4. Concepto de micro intercambiador.	11
3.5. Ventajas y desventajas de los micro intercambiadores de calor.	12
3.6. Conducción de calor axial en la pared.....	13
3.7. Aplicaciones de los micro intercambiadores de calor.....	15
4. Desarrollo teórico.....	18
4.1. Resumen del estudio a realizar.	18
4.2. Hipótesis realizadas.....	19
4.3. Ecuaciones de conservación.....	19
4.1. Condiciones de contorno	22
4.2. Estudio del modelo numérico	24
4.3. Validación de los resultados.....	26
5. Presentación y análisis de resultados.....	27
5.1. Parámetros a analizar.....	27
5.2. Casos de estudio.....	28
5.2.1. Barrido de espesor de la pared con $invkw = 0.1$	29
5.2.2. Barrido de espesor de la pared con $invkw = 0,01$	41
5.2.3. Estudio con más nodos en la malla.	50
5.2.4. Barrido de espesor de la pared con $m=2$ e $invkw= 0,1$	53
5.2.5. Barrido de conductividades de la pared con $dw=2$ y espesor constante.....	60
5.2.6. Barrido de conductividades de la pared con $xiL=1$ y espesor constante.	61
6. CONCLUSIONES.	66
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68

8.	A.- Anexos.....	1
A.1.	Anexo 1. Listado de muestra del programa de Matlab empleado:.....	1
A.2.	Anexo 2. Subrutina de definición de parámetros de entrada.	10
A.3.	Anexo 3. Subrutina de salida de resultados en gráficas.....	11

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 5-1	29
Tabla 5-2	35
Tabla 5-3	44
Tabla 5-4	51
Tabla 5-5	52
Tabla 5-6	54
Tabla 5-7	56
Tabla 5-8	60
Tabla 5-9	60
Tabla 5-10	64
Tabla 5-11	64

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES:

Ilustración 3-1.-Feed Water Heater (FWH) de un ciclo de potencia.....	7
Ilustración 3-2: Evaporador de una máquina de aire acondicionado.	8
<i>Ilustración 3-3: Intercambiador de placas incluido en proceso de pasteurización.</i>	8
Ilustración 3-4: Tipos de intercambiadores según el tipo de flujo	9
Ilustración 3-5: Distribución de temperatura típicas en intercambiadores de calor: Flujo paralelo o concurrente (izquierda) y en contra corriente (derecha).....	10
Ilustración 3-6: Imagen ilustrativa de la escala de un micro intercambiador.	11
Ilustración 3-7: Diseño de micro-intercambiador de calor donde se puede apreciar la precisión necesaria para su fabricación. [2]	13
Ilustración 3-8: 1) Transferencia de calor transversal a la pared. 2)Transferencia axial de calor en la pared.....	14
<i>Ilustración 3-9: Esquema de un microintercambiador refrigerador de circuitos.</i>	15
Ilustración 3-10: Imagen de varios dispositivos de microintercambiadores potenciados eléctricamente.	16

Ilustración 3-11: Prototipo de condensador por microcanales actualmente en el mercado: Delphi [7].	17
Ilustración 4-1:: Representación esquemática de nuestro problema. Los planos $Y_i=0$ representan los planos de simetría de los canales, y los parámetros a_i , L y δ_w representan los parámetros geométricos mientras que $T_{i,in}$, c_i , k_i , ρ_i y k_w son los parámetros térmicos.	18
Ilustración 4-2: Esquema de la malla generada.	25
Ilustración 4-3: Comparación entre las soluciones numéricas y analíticas.	26
Ilustración 5-1: <i>Diagrama de los casos de estudio</i> .	28
Ilustración 5-2: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=0$	30
Ilustración 5-3: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.5$	30
Ilustración 5-4: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=2$	31
Ilustración 5-5: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=4$	31
Ilustración 5-6: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$	32
Ilustración 5-7: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=4$	33
Ilustración 5-8: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.1$; $dw=0$	33
Ilustración 5-9: Ampliación de Ilustración 5-7	34
Ilustración 5-10: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.1$; $dw=4$	35
Ilustración: 5-11 Relación $\epsilon-dw$ para $invkw=0$.	36
Ilustración 5-12: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=0$	36
Ilustración 5-13: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.25$	37
Ilustración 5-14: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.5$	38
Ilustración 5-15: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=1$	38
Ilustración 5-16: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=2$	39
Ilustración 5-17: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=4$	39
Ilustración 5-18: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$	41
Ilustración 5-19: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.01$; $dw=4$	42
Ilustración 5-20: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.01$; $dw=0$	42
Ilustración 5-21: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$	43
Ilustración 5-22: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=4$	43
Ilustración 5-23: Relación $\epsilon-dw$ para $invkw=0.01$	44
Ilustración 5-24: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.01$; $dw=0$	45
Ilustración 5-25: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$	46
Ilustración 5-26: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.25$	46
Ilustración 5-27: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.5$	47
Ilustración 5-28: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=1$	47
Ilustración 5-29: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=2$	48
Ilustración 5-30: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=4$	48

Ilustración 5-31: Esquema de los flujos de calor en una pared de espesor pequeño	49
Ilustración 5-32: Esquema de los flujos de calor en una pared de espesor grande	50
Ilustración 5-33: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.02$; $dw=0.125$	51
Ilustración 5-34: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.02$; $dw=0.5$	52
Ilustración 5-35: Relación $\epsilon-dw$ para $invkw=0.02$	53
Ilustración 5-36: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$; $m=2$	54
Ilustración 5-37: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.01$; $dw=0$; $m=2$. Mostrando las diferencias de temperatura a la entrada y salida del intercambiador.	55
Ilustración 5-38: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.01$; $dw=4$	56
Ilustración 5-39: Relación de $\epsilon-dw$ con $m=2$ e $invkw=0.1$	57
Ilustración 5-40: que coincide con Ilustración 5-11	57
Ilustración 5-41: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$; $m=2$	58
Ilustración 5-42: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.25$; $m=2$	58
Ilustración 5-43: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.5$; $m=2$...	59
Ilustración 5-44: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=4$; $m=2$	59
Ilustración 5-45: Relación $\epsilon-kw$ con $dw=2$	61
Ilustración 5-46: Esquema de flujo paralelo y flujo en contra corriente.	62
Ilustración 5-47 [13] Distribuciones de temperatura en función de la conductividad de la pared del micro-intercambiador	62
Ilustración 5-48 [13] Distribución de efectividades de un micro-intercambiador de calor para distintas conductividades de pared.	63
Ilustración 5-49: Relación $\epsilon-1/kw$ para $dw=0.5$; $\xi_L=1$	64
Ilustración 5-50: Relación $\epsilon-\log kw$; $dw=0.5$; $\xi_L=1$	65
<i>Ilustración 6-1: Formas del flujo axial de calor según sus parámetros K_w^{-1} y Δw.....</i>	<i>67</i>

2. Introducción teórica. Objeto y alcance del proyecto.

En éste proyecto se expone y estudia teóricamente el concepto de micro-intercambiador de calor. Supone un gran avance en el campo de la ingeniería térmica ya que permite realizar con mayor eficiencia diversos procesos relacionados con la transferencia de calor. Sin embargo, su estudio requiere un análisis matemático más complejo que el aplicado a los intercambiadores de calor convencionales tal como se explicará más adelante.

Las etapas programadas para llevar a cabo en éste proyecto son las siguientes:

1. Investigación en publicaciones de divulgación científica acerca de todo lo relacionado con estos dispositivos para poder hacer un correcto análisis sobre el estado del arte de estos componentes.
2. Exponer matemáticamente las ecuaciones de transferencia de calor que se utilizarán para hacer una correcta simulación por ordenador del modelo de nuestro problema planteado, en especial los relacionados con la transferencia de calor longitudinal en la pared.
3. Estudio y posible modificación de un programa de diferencias finitas proporcionado por mi tutor, don Marcos Vera, para resolver satisfactoriamente el problema y además para poder proporcionar diversos resultados para analizar.
4. Análisis crítico de los resultados con especial énfasis en el impacto en los resultados a la hora de tener en cuenta la conducción longitudinal de calor (normalmente despreciada).

3. Introducción a los intercambiadores de calor.

3.1. Definición de intercambiador de calor.

Bajo la denominación general de intercambiadores de calor, o simplemente cambiadores de calor, se engloba a todos aquellos dispositivos utilizados para transferir energía de un fluido a otro debido a que el intercambio térmico entre fluidos es uno de los procesos más frecuentes e importantes en la ingeniería.

Al no haber excesivas diferencias de temperatura entre los fluidos se considera en lo que sigue que la transferencia de energía entre fluidos se realiza por conducción y convección exclusivamente.

3.2. Aplicaciones generales de los intercambiadores de calor.

Son varios los campos de la ingeniería donde se utilizan los intercambiadores de calor.

Por un lado están los destinados a mejorar el ciclo de producción de energía, esencialmente el ciclo Rankine que es el más utilizado en sus variantes de: energía fósil, nuclear y ciclo combinado. Los intercambiadores utilizados, FWH (feed water heater) manejan un gran caudal y por lo tanto deben transferir mucha energía. Además estos intercambiadores deben soportar altas presiones. Por ello son los de mayor dimensión y adoptan normalmente una forma de tubo carcasa:

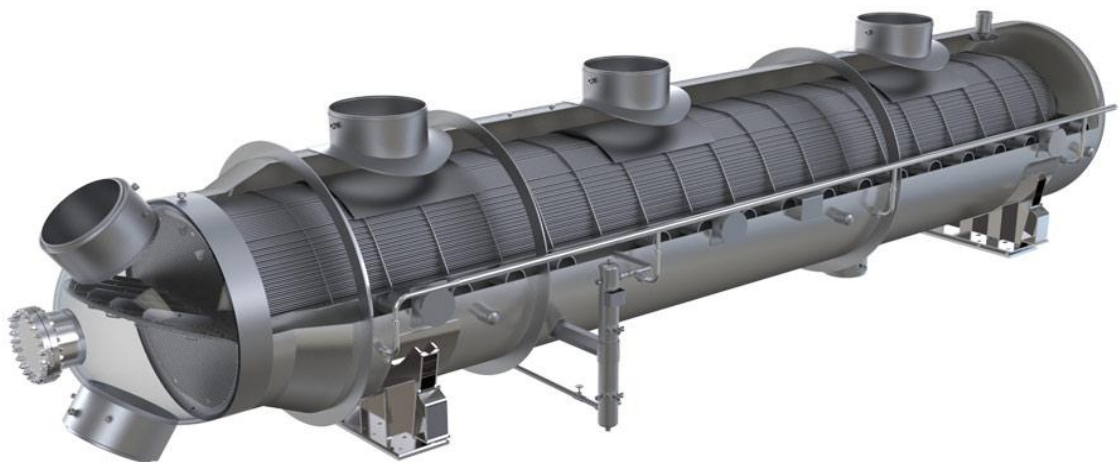


Ilustración 3-1.-Feed Water Heater (FWH) de un ciclo de potencia.

También se utilizan intercambiadores de calor en aplicaciones a más pequeña escala, por ejemplo los propios equipos de aire acondicionado los utilizan para evaporar y condensar el refrigerante. En estos casos el método empleado suele ser el de varios tubos por los que pasa el fluido refrigerante enfriado en este caso por aire inducido por tiro mecánico (ventilador).



Ilustración 3-2: Evaporador de una máquina de aire acondicionado.

Los intercambiadores de calor se emplean en muchas más aplicaciones. Por ejemplo en los campos en los que es vital la limpieza de los fluidos, como es el caso de la industria química o la alimenticia, se suelen utilizar intercambiadores de placas pues son mucho más fáciles su limpieza y mantenimiento:



Ilustración 3-3: Intercambiador de placas incluido en proceso de pasteurización.

Podemos concluir que en un gran número de procesos térmicos, los intercambiadores de calor son utilizados con frecuencia. Por ello hay muchos estudios centrados en mejorar la eficiencia de los intercambiadores.

3.3. Factores que influyen en la eficiencia de los intercambiadores de calor.

La gran mayoría de intercambiadores de calor consisten en dos fluidos en movimiento a distinta temperatura separados por una superficie de transferencia. Además, según la dirección de sus fluidos pueden ser de flujo cruzado o de flujo paralelo. En este último caso suelen ser de flujo en contracorriente o de flujo concurrente como se muestra en el siguiente esquema:

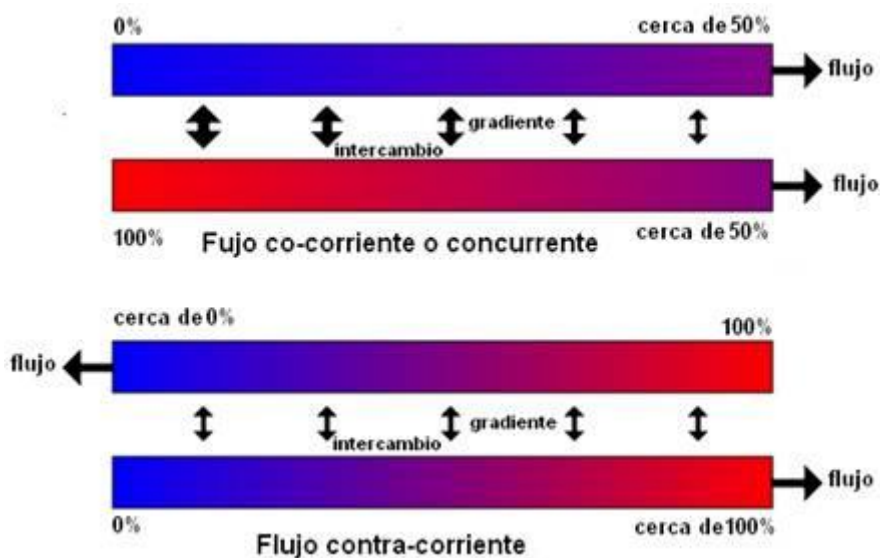


Ilustración 3-4: Tipos de intercambiadores según el tipo de flujo

La distribución de temperaturas en los dos últimos casos es la siguiente:

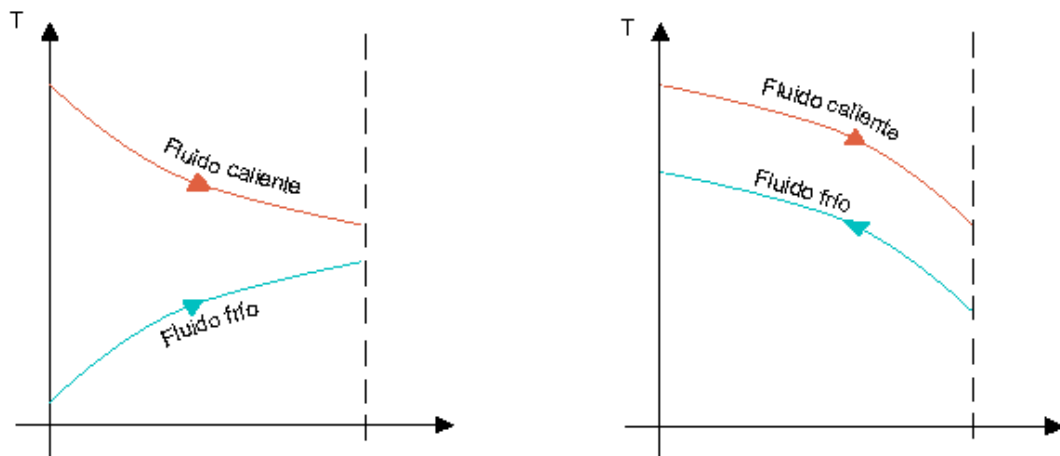


Ilustración 3-5: Distribución de temperatura típicas en intercambiadores de calor: Flujo paralelo o concurrente (izquierda) y en contra corriente (derecha).

Los factores que se deben tener en cuenta a la hora de diseñar un intercambiador son los siguientes:

- Temperatura de los fluidos: representada por la letra T. Cuanto mayor sea la diferencia de temperatura entre los fluidos, mayor tendrá que ser el flujo calorífico para una misma superficie del intercambiador.
- Flujo másico: Se suele representar por \dot{m} . Representa la masa de cada fluido en kilogramos que pasa por el intercambiador por unidad de tiempo. Como es lógico para un mismo cambiador, al aumentar el gasto másico de fluido por el intercambiador, aumentará el flujo calorífico si se mantiene la variación de temperaturas.
- Constante calorífica: Se representa por C. Significa la cantidad de energía que hay que transferir a un kilogramo de fluido para que aumente su temperatura un grado centígrado. Sus unidades en el SI son $J/(kg \cdot K)$
- Conductividad térmica. Tanto de los fluidos como de la pared. Se representa por k. Representa la capacidad del material para transferir calor por conducción. Como es lógico, en los intercambiadores de calor interesa que sea alta en la superficie de intercambio para facilitar la transferencia. Se mide en $W/(m \cdot K)$
- Velocidad del fluido. Se representa por v. Se refiere a la velocidad en m/s del fluido que circula a lo largo del intercambiador. Por un lado conviene que sea alta pues facilita la transferencia de calor por convección. Sin embargo, ésta magnitud es directamente proporcional

al caudal másico y puede no ser conveniente que sea demasiado elevada.

- Espesor de la pared. Se representa por δ . Se mide en metros en el SI. Como consecuencia directa de la conductividad térmica, un mayor espesor de pared aislará los dos fluidos. Sin embargo no siempre se puede hacer todo lo pequeña que queramos pues la pared debe soportar tensiones causadas por presiones internas.

3.4. Concepto de micro intercambiador.

La palabra micro es un prefijo y significa una millonésima (10^{-6}) parte. Es decir, su escala de magnitud es mucho menor a la de los intercambiadores convencionales. Esto no quiere decir que los micro-intercambiadores de calor tengan que ser más pequeños que los intercambiadores de calor en su conjunto, ya que el prefijo micro en realidad se aplica a los conductos o canales del micro intercambiador.

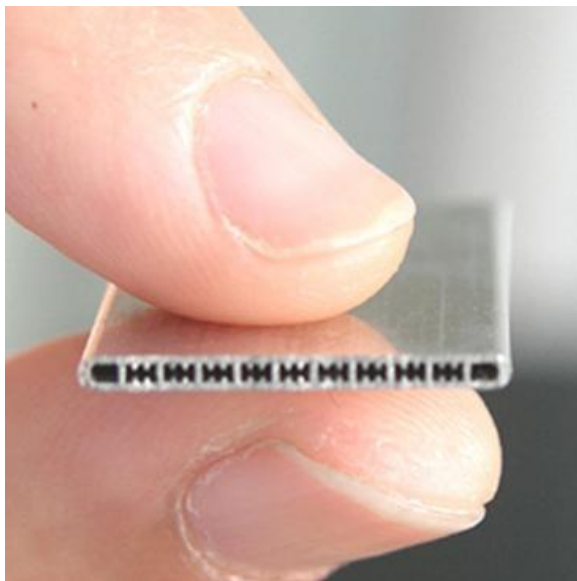


Ilustración 3-6: Imagen ilustrativa de la escala de un micro intercambiador.

No obstante, en la nomenclatura del micro-intercambiador de calor, no se es tan preciso en la escala, pues en éste caso; el término micro-canal se refiere a dimensiones en un rango de entre $10\ \mu\text{m}$ y unos pocos milímetros de diámetro hidráulico [1]. Al ser los canales tan pequeños, hace falta una tecnología más depurada para poder fabricarlos con precisión, y como veremos más adelante; plantean un nuevo problema matemático a la hora de simular sus flujos de calor. Por todo esto, podemos concluir que los micro-

intercambiadores de calor merecen una distinción específica respecto al resto de intercambiadores de calor.

3.5. Ventajas y desventajas de los micro intercambiadores de calor.

Uno de los motivos más obvios para la utilización de micro-intercambiadores de calor es el de variar la temperatura de un fluido confinado en una superficie muy pequeña. Éste puede ser el ejemplo de algunos de los intercambiadores diseñados para la industria biomédica.

Sin embargo, el verdadero motivo por el cual se está invirtiendo mucho esfuerzo en desarrollar dichos intercambiadores es por el aumento de la eficiencia.

Para explicarlo de una forma sencilla, nos basaremos en los factores que intervienen en los intercambiadores de calor expuestos en el punto 3.3. Al ser el diámetro hidráulico tan pequeño, el cociente área/volumen se vuelve relativamente grande. Esto lo que viene a decir es que para un mismo caudal másico, el área de transferencia es mayor y por eso ayudaremos a la eficiencia del intercambiador. A su vez, al ser menor el peso del volumen en dicho coeficiente, menor será el gasto másico. Como dice la fórmula del calor específico, hará falta menos energía para variar una menor cantidad de caudal másico. O dicho de otro modo, conviene que la mayor cantidad posible del fluido esté cercana a la superficie de transferencia.

Sobre el papel, aumentar la relación área de transferencia/volumen, siempre es beneficioso para cualquier intercambiador. No obstante, la realidad nos demuestra que a día de hoy existen determinadas limitaciones.

Como con todo aparato a pequeña escala, su etapa de diseño y fabricación es especialmente laboriosa [2]. No entraremos en detalle a la hora de describir los procesos de producción y fabricación de intercambiadores pues no es el propósito de este proyecto.

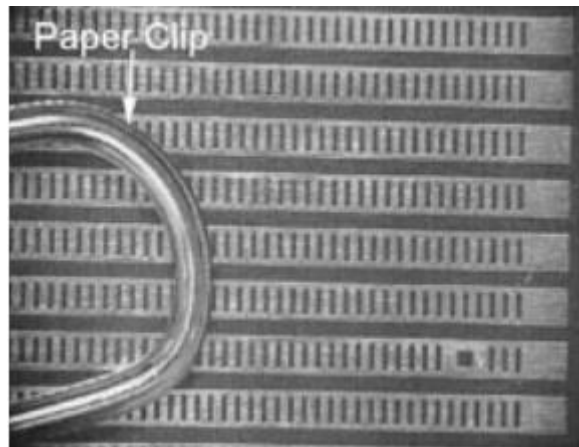


Ilustración 3-7: Diseño de micro-intercambiador de calor donde se puede apreciar la precisión necesaria para su fabricación. [2]

Por otro lado, un fluido en movimiento suele ir acompañado de un gradiente de presiones. No tiene sentido fabricar un intercambiador de canales muy pequeños pero con paredes gruesas que puedan soportar una presión elevada pues esto lastraría mucho el intercambiador de pared (la constante de conductividad va asociada a la longitud de la pared).

Por ello los micro-intercambiadores de calor no se utilizan con fluidos a elevadas presiones.

Así mismo, la caída de presión a lo largo del intercambiador suele ser elevada al ser la superficie de contacto del fluido con la pared grande [3]. Por ello los canales no suelen ser demasiado largos.

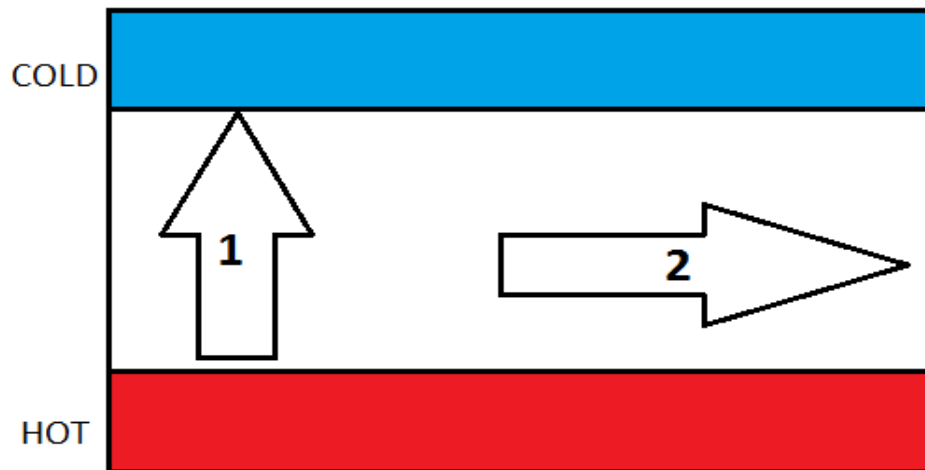
3.6. Conducción de calor axial en la pared.

Éste es el apartado sobre el que se desarrollará más adelante las bases materiales del proyecto y sobre el cual se determinarán sus conclusiones.

Como ya hemos adelantado anteriormente, los intercambiadores convencionales minimizan el espesor de la pared para maximizar la transferencia del intercambiador. De la misma manera se maximiza la longitud del intercambiador, ya que eso aumenta el área de transferencia.

Sin embargo en los micro-intercambiadores se suelen dar la situación opuesta. La longitud del intercambiador es menor por la caída de presión y por motivos tecnológicos o en su defecto para soportar una presión mínima, el espesor de la pared sobrepasa el óptimo.

La conducción de calor en la pared puede ir en dos direcciones: en el sentido transversal a la pared (perpendicularmente a la pared, de un fluido a otro) o en dirección axial (a lo largo de la pared).



*Ilustración 3-8: 1) Transferencia de calor transversal a la pared.
2) Transferencia axial de calor en la pared*

Como veremos matemáticamente mas adelante, la transferencia de calor axial dependerá de el inverso del número adimensional Péclet. A su vez, Péclet es igual al producto de los números adimensionales de Reynolds y Prandtl. Si suponemos las propiedades del fluido y las propiedades geométricas del intercambiador constantes, Péclet sólo es función de la velocidad. En los intercambiadores convencionales, se intenta que los fluidos tengan una alta velocidad para aprovechar la transferencia de calor por convección y el inverso de Péclet se hace muy pequeño por lo que queda la transferencia axial despreciable. En los micro-intercambiadores de calor no es viable tener grandes velocidades dada la alta caída de presión y por ello se estudia este efecto.

El principal objetivo del proyecto es calcular, mediante un modelo teórico de un microintercambiador, el efecto de los diversos parámetros de diseño que intervienen en el mismo, es decir; estudiar diferentes longitudes, caudales, temperaturas, conductividades, calores específicos y espesores de pared. Habiendo simulado distintos casos, estaremos en condiciones de determinar cuando es admisible desestimar la transferencia axial de calor.

3.7. Aplicaciones de los micro intercambiadores de calor.

En primer lugar cabe aclarar que esta es una tecnología emergente. Aún no está comercializada en muchas aplicaciones y lo que aquí se expondrá son los usos que se prevee que tendrán.

Por un lado el desarrollo de los microintercambiadores supondrá un gran salto en el mundo de la electrónica. Como sabemos, los circuitos eléctricos se calientan por el efecto Joule.

Tradicionalmente, este calentamiento se ha controlado colocando pequeños ventiladores en los aparatos electrónicos (véase las CPU de los ordenadores). Como todos sabemos, los ventiladores no son una solución perfecta al sobrecalentamiento. Por un lado no son muy eficientes pues uno sólo (o varios) debe/n evacuar el calor de toda la instalación electrónica, mientras que un microintercambiador lo haría con componentes específicos. Además, con la acumulación de suciedad el ventilador se ve forzado a subir el número de revoluciones por encima de la de diseño, lo que aumenta su nivel de decibelios haciéndolo molesto para el usuario, y su probabilidad de fallo.

En los micro-intercambiadores de calor [4], la única diferencia que tenemos frente a un intercambiador “estándar”, es que no intercambia calor entre dos fluidos, sino entre un fluido y un sólido, representado este como una resistencia eléctrica.

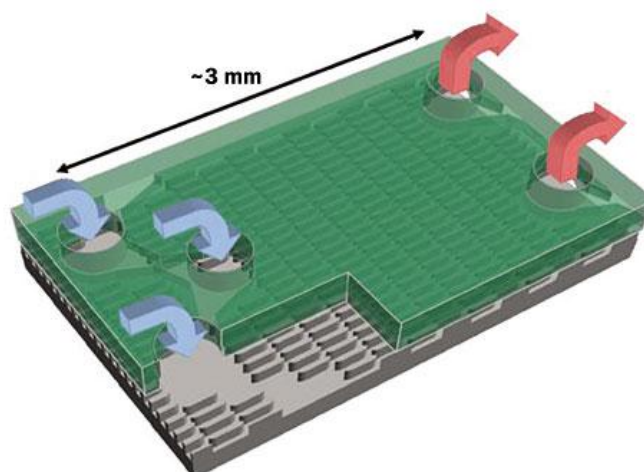


Ilustración 3-9: Esquema de un microintercambiador refrigerador de circuitos.

Para una correcta simulación de éstos sistemas en nuestro modelo, simplemente debemos simular la resistencia como un caudal muy grande del

fluido caliente con mucha conductividad térmica (para que no varíe su temperatura en ningún punto a lo largo del canal).

Con un funcionamiento parecido (un solo fluido) [5], nos encontramos con los microintercambiadores de calor potenciados eléctricamente. Éstos microintercambiadores son dispositivos fabricados con calentadores eléctricos (resistencias) situados en proximidad a los canales de intercambio.

Naturalmente, su objetivo es siempre el de calentar un fluido frío, de ahí que se potencie el intercambio con resistencias eléctricas. De ésta forma nos encontramos con una forma muy eficiente de convertir energía eléctrica en energía térmica.

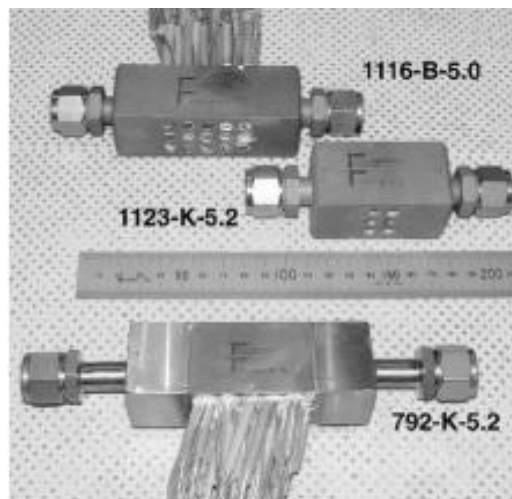


Ilustración 3-10: Imagen de varios dispositivos de microintercambiadores potenciados eléctricamente.

El único problema (como se observa en la imagen) es que puede resultar un tanto aparatosa la correcta colocación de las resistencias a lo largo del intercambiador.

El ámbito en el que quizás los micro intercambiadores esten más avanzados es en la condensación [6], es decir, el paso del fluido de gas a líquido.

La condensación se utiliza en un sinnúmero de aplicaciones, pero la más destacada son quizás los ciclos de refrigeración.



Ilustración 3-11: Prototipo de condensador por microcanales actualmente en el mercado: Delphi [7].

Éstos condensadores, como ya hemos explicado anteriormente, aumentan el área de transferencia, beneficiando el proceso. Además tienen otros beneficios. Por un lado son en torno a un 30% más pequeños que un intercambiador convencional de tubos, ahorrando coste en materiales; además al estar diseñándose nuevas estructuras de aluminio se facilita su limpieza.

El gran problema de los condensadores [5] es que son muy difíciles de simular. Al estar presente un cambio de fase, la falta de conocimiento de las características del comportamiento de un fluido bifásico (líquido/gas) en microcanales es un obstáculo a la hora de hacer simulaciones matemáticas fiables del proceso modelado. Lo que se suele hacer en éste campo son experimentos físicos de condensación con un método de prueba y error hasta conseguir un modelo óptimo y con los resultados intentar encontrar un modelo empírico que nos permita hacer las simulaciones pertinentes en un futuro.

Éstos son sólo unos ejemplos de aplicaciones de los microintercambiadores de calor, faltarían otros muchos por detallar como los destinados a fines biomédicos o criogénicos.

4. Desarrollo teórico.

4.1. Resumen del estudio a realizar.

Para realizar el desarrollo teórico, me he apoyado en el proyecto de fin de carrera [8] de Bernardo Rivero de Aguilar Pérez-Gabilondo, realizado también bajo la tutoría de D. Marcos Vera Coello.

Dicho proyecto estudió el problema del intercambiador de placas planas en los siguientes casos:

En el caso 0 se despreciaba el espesor de la pared de intercambio. Éste es el caso más simple pues en él despreciaba todos los efectos de transferencia de calor en la pared, supuesta perfectamente conductora. No nos centraremos en él.

El caso 1 tenía en cuenta el espesor de la pared y una conductividad térmica asociada a él. Este caso correspondería a la simulación clásica de un intercambiador de calor sin considerar la conducción axial. En nuestro estudio sólo será interesante estudiar lo que el caso 2 se separa de él.

Nuestro principal caso, el 2; es igual que el uno sólo que además tiene en cuenta la conducción axial en la pared.

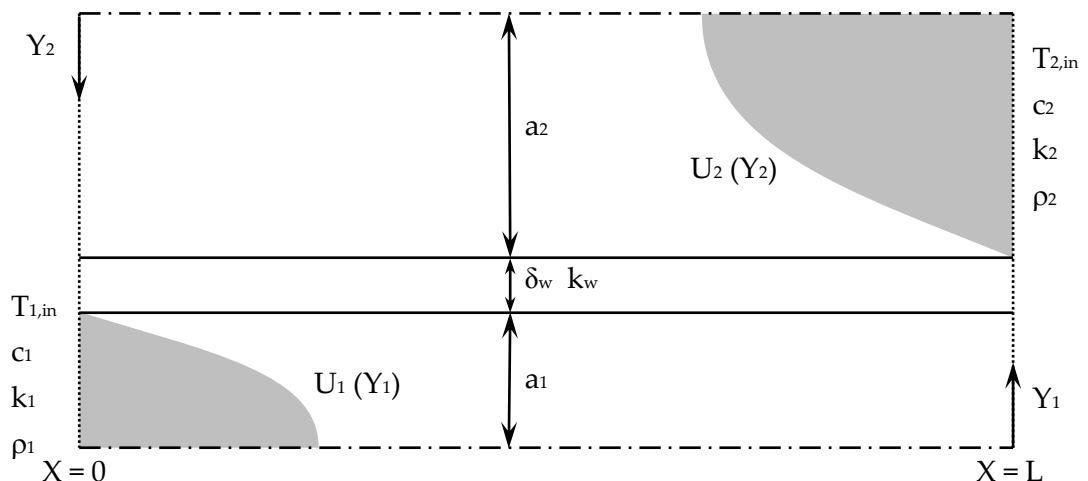


Ilustración 4-1: Representación esquemática de nuestro problema. Los planos $Y_i=0$ representan los planos de simetría de los canales, y los parámetros a_i , L y δ_w representan los parámetros geométricos mientras que $T_{i,in}$, c_i , k_i , ρ_i y k_w son los parámetros térmicos.

4.2. Hipótesis realizadas.

- Tendremos flujo laminar, es decir, Re por debajo del crítico.
- Los flujos estarán completamente desarrollados y siguiendo un perfil de Poiseuille.
- El número de Peclet, $Pe_i = Re_i \cdot Pr_i \gg 1$.
- Se considera un régimen estacionario.
- Las propiedades de los fluidos (densidad, conductividad térmica, calor específico y viscosidad) se considerarán constantes.

4.3. Ecuaciones de conservación

Para realizar el análisis me he basado en el estudio hecho por mi tutor, Marcos Vera Coello y Alberto E. Quintero [9]:

El campo de velocidades en función de la coordenadas transversales vale:

$$U_i(Y_i) = (-1)^{i+1} \frac{3}{2} V_i \left[1 - \left(Y_i/a_i \right)^2 \right] \quad (1)$$

y los parámetros del intercambiador de calor son:

$$Re_i = \frac{2a_i V_i \rho_i}{\mu_i} \quad Pr_i = \frac{\mu_i}{\rho_i \alpha_i} \quad Pe_i = Re_i Pr_i = \frac{2a_i V_i}{\alpha_i}$$

Donde:

$$a_i = \text{Semiancho del canal } i$$

$$\alpha_i = \frac{k_i}{\rho_i c_i} \equiv \text{Difusividad térmica del fluido } i$$

$$V_i \equiv \text{Velocidad promedio del fluido } i \text{ basada en el caudal}$$

En adelante utilizaremos el subíndice $i = 1, 2$ para denotar los fluidos 1 y 2 indistintamente. Bajo estas hipótesis, analizamos la ecuación de conservación de la energía (la ecuación de cantidad de movimiento tiene una solución de Poiseuille):

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial X} + v_y \frac{\partial T}{\partial Y} + v_z \frac{\partial T}{\partial Z} \right) = \phi_v + k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right] + Q_r + Q_q \quad (2)$$

Donde ignoraremos los aportes de calor por radiación y reacción química Q_r y Q_q . Con estas hipótesis y nuestra geometría se cumple:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial Z} = 0 \quad v_y = v_z = 0 \quad Q_r = Q_q = 0$$

Y la ecuación (2) queda:

$$\rho c \left(v_x \frac{\partial T}{\partial X} \right) = 2\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial Y} \right)^2 + k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (3)$$

Para simplificar el problema aún más recurrimos al análisis de órdenes de magnitud. Las escalas características que utilizamos son los siguientes:

$$\begin{aligned} \rho_{carac} &\sim \rho_i & c_{carac} &\sim c_i & Y_{carac} &\sim a_i \\ v_{carac} &\sim V_i & k_{carac} &\sim k_i & T_{carac} &\sim a_i \end{aligned}$$

Hacemos el primer análisis por orden de magnitud (3). En éste caso forzamos que los términos de convección y de conducción transversal sean del mismo orden para que la transferencia transversal sea importante en el intercambiador:

$$\frac{\mathcal{O}(\rho c v_x \frac{\partial T}{\partial X})}{\mathcal{O}(k \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2})} \sim \frac{\rho_i c_i V_i \frac{\Delta \theta}{X_{carac}}}{k_i \frac{\Delta \theta}{a_i^2}} \sim \frac{\rho_i c_i V_i a_i^2}{k_i X_{carac}} \sim \frac{Pe_i a_i}{X_{carac}} \sim 1 \Rightarrow X_{carac} \sim Pe_i a_i \quad (4)$$

Comparando los términos de conducción axial y transversal en (3) y asumiendo que Pe es mucho mayor que 1, se tiene

$$\frac{\mathcal{O}(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2})}{\mathcal{O}(\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2})} \sim \frac{\frac{\Delta \theta}{(Pe_i a_i)^2}}{\frac{\Delta \theta}{a_i^2}} \sim Pe_i^{-2} \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad (5)$$

Finalmente comparamos términos viscosos y convectivos (3):

$$\frac{\mathcal{O}(2\mu (\frac{\partial v_x}{\partial Y})^2)}{\mathcal{O}(\rho c v_x \frac{\partial T}{\partial X})} \sim \frac{\mu_i \frac{V_i^2}{a_i^2}}{\rho_i c_i V_i \frac{\Delta \theta}{X_{carac}}} \sim \frac{Pr_i V_i^2 / c_i}{\Delta \theta} \quad (6)$$

Para poder estimar correctamente la relación (6), estimaremos valores estándar de un fluido:

$$Pr_i \sim 5 \quad V_i \sim 1 \text{ m/s} \quad c_i \sim 4180 \text{ J/kg K} \quad \Delta\theta \sim 10 \text{ K}$$

Con lo que el análisis queda:

$$\frac{\mathcal{O}(2\mu(\frac{\partial v_x}{\partial Y})^2)}{\mathcal{O}(\rho c v_x \frac{\partial T}{\partial X})} \sim \frac{Pr_i V_i^2 / c_i}{\Delta\theta} \sim \frac{1}{8360} \ll 1 \Rightarrow 2\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial Y} \right)^2 \ll \rho c \left(v_x \frac{\partial T}{\partial X} \right) \quad (7)$$

En resumen, despreciando los términos de conducción axial y disipación viscosa en el fluido, resulta una ecuación mucho más sencilla:

$$\rho c v_x \frac{\partial T}{\partial X} = k \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad (8)$$

A continuación, adimensionalizaremos la ecuación (8) para una implementación más cómoda en el código numérico. Para ello utilizaremos las variables adimensionales:

$$\xi = \frac{X}{X_{carac}} = \frac{X}{Pe_1 a_1} \quad y_1 = \frac{Y_i}{Y_{carac}} = \frac{Y_i}{a_i} \quad \theta_i = \frac{T_i - T_{1,in}}{T_{2,in} - T_{1,in}} \quad (9)$$

Siendo $T_{1,in}$ la temperatura del fluido 1 a la entrada. Asumiendo que es un flujo de Poiseuille e introduciendo la variables adimensionales (9), la ecuación nos queda:

$$\frac{(-1)^{i+1} Pe_i a_i}{Pe_1 a_1} \frac{3}{4} [1 - y_i^2] \frac{\partial \theta_i}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial y_1^2} \quad (10)$$

Si la particularizamos para cada flujo, las ecuaciones (10) quedan:

Fluido 1:

$$\frac{3}{4} [1 - y_1^2] \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y_1^2} \quad \text{en } 0 < \xi < \xi_l \quad 0 < y_1 < 1 \quad (11)$$

Fluido 2:

$$-m \frac{3}{4} [1 - y_2^2] \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y_2^2} \quad \text{en } 0 < \xi < \xi_l \quad 0 < y_2 < 1 \quad (12)$$

Donde (11 y 12) tenemos los siguientes parámetros que se asume que son de orden unidad:

$$m = \frac{Pe_2 a_2}{Pe_1 a_1} \equiv \text{Relación adimensional de números de Peclet}$$

$$\xi_L = \frac{L}{Pe_1 a_1} \equiv \text{Longitud adimensional del intercambiador de calor}$$

Mientras que la conducción a lo largo de la pared verifica la ecuación:

$$\Delta_w^2 \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial y_w^2} = 0 \quad (13)$$

Para $0 \leq \xi \leq \xi_L$; $-1/2 < y_w < 1/2$, donde $y_w = Y_w / \delta_w$ es la coordenada adimensional transversal a la pared.

El primer término de la ecuación (13) representa el efecto de la conducción axial de calor en la pared. En dicho término aparece el parámetro adimensional de conducción axial $\Delta_w = \frac{\delta_w}{a_1} \frac{1}{Pe_1}$, que supondremos moderadamente pequeño. En particular, nótese que para $\Delta_w = 0$ el problema se reduce al caso sin conducción axial, en el cual de acuerdo con (13) la temperatura en la pared varía linealmente con la coordenada transversal y_w .

4.1. Condiciones de contorno

Como en toda ecuación diferencial, debemos definir unas condiciones de contorno para su correcta resolución.

-En el plano de simetría de los canales del intercambiador, el flujo transversal de calor es 0.

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} \right|_{y_1=0} = \left. \frac{\partial \theta_2}{\partial y_2} \right|_{y_2=0} = 0 \quad \text{en } 0 \leq \xi \leq \xi_L \quad y_i = 0 \quad (14)$$

La condición de continuidad de temperaturas:

$$\begin{aligned} \theta_1(\xi, 1) &= \theta_w\left(\xi, -\frac{1}{2}\right) \equiv \theta_{w1}(\xi) \\ \theta_2(\xi, 1) &= \theta_w\left(\xi, \frac{1}{2}\right) \equiv \theta_{w2}(\xi) \end{aligned} \quad \text{en } 0 < \xi < \xi_L \quad (15)$$

Y los flujos de calor perpendiculares a la pared en la interfase fluido - pared:

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} \right|_{y_1=1} &= \kappa_w \left. \frac{\partial \theta_w}{\partial y_w} \right|_{y_w=-\frac{1}{2}} \equiv v_1(\xi) \\
 -k \left. \frac{\partial \theta_2}{\partial y_2} \right|_{y_2=1} &= \kappa_w \left. \frac{\partial \theta_w}{\partial y_w} \right|_{y_w=\frac{1}{2}} \equiv v_2(\xi)
 \end{aligned}
 \quad \text{en } 0 < \xi < \xi_L \quad (16)$$

Donde

$$k = \frac{k_2 a_1}{k_1 a_2} \equiv \text{Relación adimensional de conductividades 2 a 1}$$

$$\kappa_w = \frac{k_w a_1}{k_1 \delta_w} \equiv \text{Relación normalizada de conductividades w a 1}$$

En éste proyecto, encontramos de gran ayuda determinar los flujos de calor transversal en la pared. Dichos flujos los podemos calcular de 3 maneras distintas:

La primera y más directa es integrar los datos numéricos que hemos obtenido en nuestra simulación:

$$v_w(\xi) = \Delta_w \int_{-1/2}^{1/2} k_s \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} dy_w \quad (17)$$

La segunda forma es hacer un promedio de los flujos que entran y salen en la pared, lo que es lo mismo; el transversal y el que entra son iguales al que sale:

$$\int_0^\xi v_2(\xi) d\xi + \Delta_w v_w(\xi) = \int_0^\xi v_1(\xi) d\xi \quad (18)$$

La tercera y última forma es la resultante de integrar las derivadas, quedando una expresión más simple y quizás menos precisa:

$$v_w(\xi) = \frac{\theta_{m1}(\xi) - mk[\theta_{m2}(\xi) - \theta_{m2,out}]}{2\Delta_w} \quad (19)$$

Aunque sobre el papel las tres (17, 18 y 19) son válidas, como comprobaremos más adelante la segunda (18) es la menos fiable en nuestra situación ya que hace la

integral desde el punto 0. Es en ese punto donde aplicamos las condiciones de contorno que acabamos de describir, y aunque son correctas, no acaban de converger de forma suave en la simulación, formándose a su vez pequeñas discrepancias con un modelo teórico como se indicará más adelante.

Con la ecuación de contorno y la ecuación adimensionalizada el problema queda definido.

La gran diferencia que presenta este proyecto respecto al realizado por Bernardo Rivero de Aguilar Pérez-Gabilondo, es la correcta incorporación de las ecuaciones de la transferencia axial de calor en la pared.

En su estudio se realizó una simplificación numérica del problema cuya aproximación no era tan exacta y exigía mucha carga computacional, permitiéndonos analizar muy pocos casos para nuestro estudio.

4.2. Estudio del modelo numérico

Ya teniendo obtenidas las ecuaciones y condiciones de contorno para plantear nuestro problema, pasaremos a explicar el modelo numérico para resolver el sistema de ecuaciones.

El programa utilizado es el MATLAB (Matrix Laboratory) y en él se recicla el código utilizado por el alumno antes mencionado. En el código, el caso está implementado empleando diferencias finitas centradas.

Para poder hacerlo, se introdujo una malla de dimensiones ajustables según lo precisa que se requiera que sea la solución.

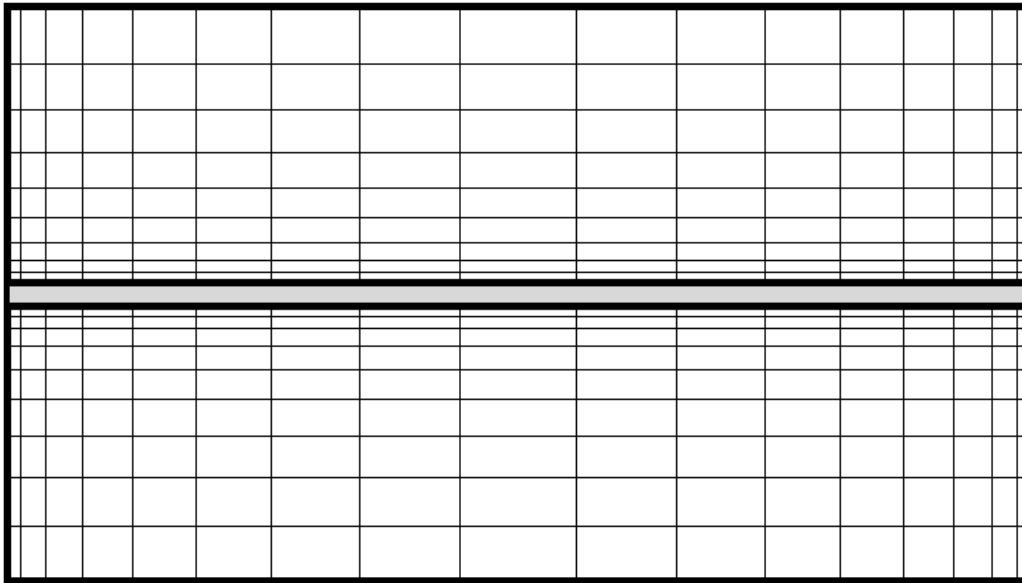


Ilustración 4-2:: Esquema de la malla generada.

En éste esquema, podemos observar que la malla generada tiene una mayor cantidad de nodos tanto a la entrada y salida del intercambiador (a causa de las condiciones de contorno) como en la zona cercana a la pared, que es con la que intercambia el calor. Poner una alta densidad de nodos en todas las zonas de la malla sólo hubiera aumentado el coste computacional para zonas que no son de nuestro estudio.

El tamaño de la malla que se ha utilizado durante el mayor número de casos ha sido 50x25x50. No era la opción más precisa, pero en la práctica, sus diferencias con la malla más compleja (100x50x75) apenas han sido de unas centésimas sobre la eficiencia y todas las magnitudes en general.

La única diferencia respecto al código anterior, es que mi tutor Marcos Vera me ha ayudado a introducir la transferencia de calor axial en la pared en el código y ha introducido una nueva malla para la pared. Además se ha mejorado la visualización de los resultados. El listado de instrucciones del programa se puede encontrar en el Anexo 1.

Desafortunadamente, la complejidad del programa obliga al programa a realizar un gran número de iteraciones. Para los casos normales (longitud de $\xi=0.125$ y con m y k igual a 1) cada caso tardaba en resolverse en torno a las cuatro horas. Cuando se han planteado otros casos como un intercambiador más largo o una m distinta, el programa superaba las 24 horas en converger e incluso era necesario modificar los índices de relajación para que el programa no diera error.

Hay que considerar también que el alto tiempo de computación depende del margen de error permitido, una potencia de 10^{-9} en nuestro caso, no obstante mereció la pena pues los resultados alcanzados se considera que son muy fiables.

4.3. Validación de los resultados

Paralelamente a mi trabajo, Alberto Quintero (alumno de la universidad que está realizando su doctorado) ha conseguido resolver el mismo problema de forma analítica mediante series de autofunciones y autovalores y las simulaciones numéricas funcionan razonablemente bien.

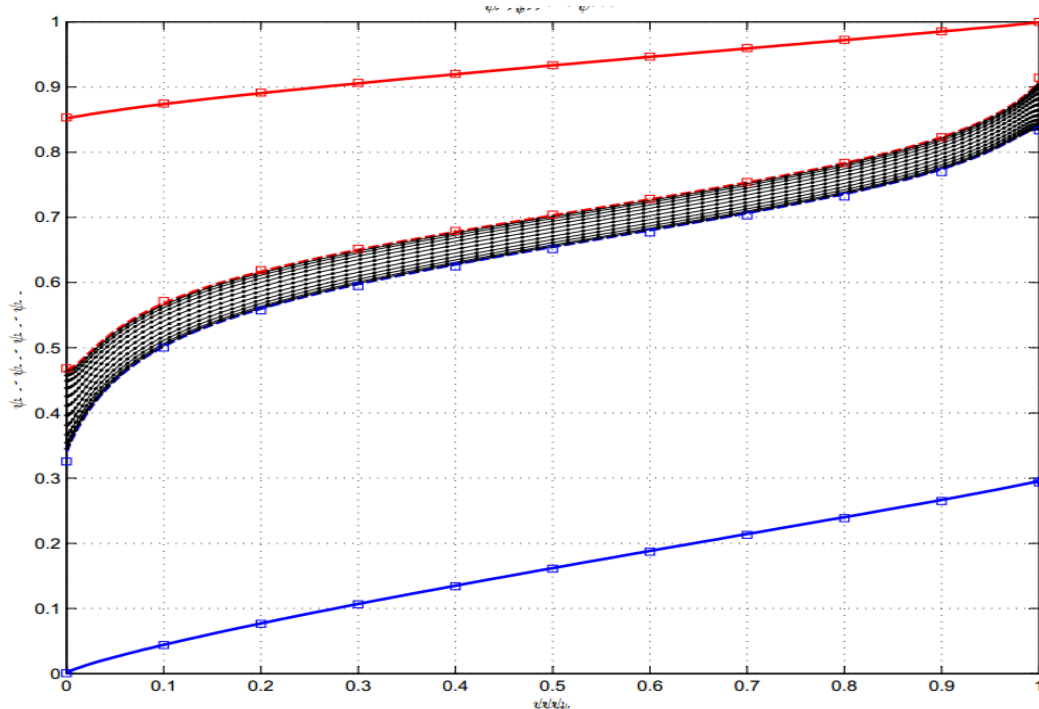


Ilustración 4-3: Comparación entre las soluciones numéricas y analíticas.

Donde las líneas continuas son los resultados obtenidos numéricamente (línea azul y roja temperatura de los fluidos frío y caliente y las del medio las temperaturas de la pared a lo largo del intercambiador) y los cuadrados las soluciones analíticas. Como se ve, los resultados son prácticamente iguales, por lo que se puede concluir que el modelo numérico es válido para los casos de estudio del proyecto y prácticamente en todos los puntos del intercambiador. Sin embargo, hay pequeños desajustes en las zonas de entrada en la temperatura de la pared. Seguramente debido a nuestras condiciones de contorno. Por ello la segunda forma de obtener el flujo de calor, como ya se adelantó; no es del todo efectiva en nuestro modelo.

5. Presentación y análisis de resultados.

En primer lugar, es conveniente aclarar que el motivo del proyecto no es describir una recopilación exhaustiva de datos, pues “sólo” hay un total de 36 simulaciones o casos corridos. El principal objetivo del proyecto es hacer las simulaciones que hemos creído más representativas para un análisis teórico sobre el problema físico que hay detrás de la transferencia de calor axial en los micro intercambiadores de calor.

5.1. Parámetros a analizar.

Como hemos visto, tenemos varios parámetros adimensionales en nuestro estudio. Los que variaremos en nuestro estudio (con su nomenclatura en Matlab) para hacer diversas observaciones serán:

- **xiL**: Su ecuación es: $L / (a_1 Pe_1)$ y aunque depende también de a_1 (anchura de canal) y el número de Péclet, manteniendo ambos constantes, es el indicador principal de la longitud del intercambiador.
- **m**: Su ecuación es: $Pe_2 a_2 / (Pe_1 a_1)$ y su indicador es similar al caudal másico que transcurre en los canales, el 2 frente al 1.
- **k**: Su ecuación es: $k_2 a_1 / (k_1 a_2)$ y de forma similar a m, hace lo propio con las conductividades de los fluidos.
- **invkw**: Su ecuación es: $(\delta_w / k_w) / (a_1 / k_1)$ y es el parámetro encargado de reflejar la conductividad de la pared. $Invkw = 1/\kappa_w$ donde κ_w es el parámetro que aparece en las condiciones de contorno (16).
- **dw**: Su ecuación es: δ_w / a_1 se refiere al espesor de la pared en comparación al del canal del fluido 1 (tomado aquí como espesor característico). Aunque en nuestro programa introduzcamos dw, es el parámetro $\Delta w = dw / Pe_1$ el que aparece directamente en las ecuaciones.
- **N_chi, n_eta, n_chiw**: son indicadores del número de nodos que tiene la malla en las direcciones cartesianas más la pared.

Los casos de estudio seguirán todos los mismos patrones: Se fijarán 4 parámetros más el número de Péclet que en todos los casos valdrá 50 y se hará un barrido con varios valores de la variable restante para sacar conclusiones.

5.2. Casos de estudio

Durante el desarrollo del proyecto se realizan dos tipos de simulaciones: i) barrido de espesores de pared (Δ_w variable) con conductividad de pared fija (κ_w constante) y ii) barrido de conductividades de pared (κ_w variable) con espesor de pared fijo (Δ_w constante). Recordando los parámetros adimensionales:

$$\Delta_w = \frac{\delta_w}{a_1} \frac{1}{Pe_1} = \frac{dw}{Pe_1} \quad \kappa_w = \frac{k_w a_1}{k_1 \delta_w} = \frac{k_w}{k_1} \frac{1}{dw}$$

La dificultad del primer estudio estriba en que al variar dw , para que κ_w se mantenga constante hay que variar simultáneamente el cociente de conductividades k_w/k_1 . Este estudio no se corresponde por tanto con un posible experimento “físico” que pudiéramos realizar fácilmente en el laboratorio. Para poder llevarlo a cabo habría que variar simultáneamente el espesor y a su vez la conductividad para cada caso de estudio. Se trata de un estudio en el que “matemáticamente” se consigue aislar el efecto de la conducción axial en la pared (que es introducido a través del parámetro Δ_w) del de la conducción transversal (que es introducido a través del parámetro κ_w).

El segundo caso de estudio, en cambio, si puede ser simulado de manera relativamente fácil en un laboratorio. Al ser Δ_w constante, sólo habría que cambiar paredes de distinta conductividad térmica. Con éste análisis físico lo que se consigue es aislar el término transversal del flujo, pero esto no adquiere tanta relevancia pues no es nuestro objeto de estudio. Éste diagrama explica nuestros casos de estudio:

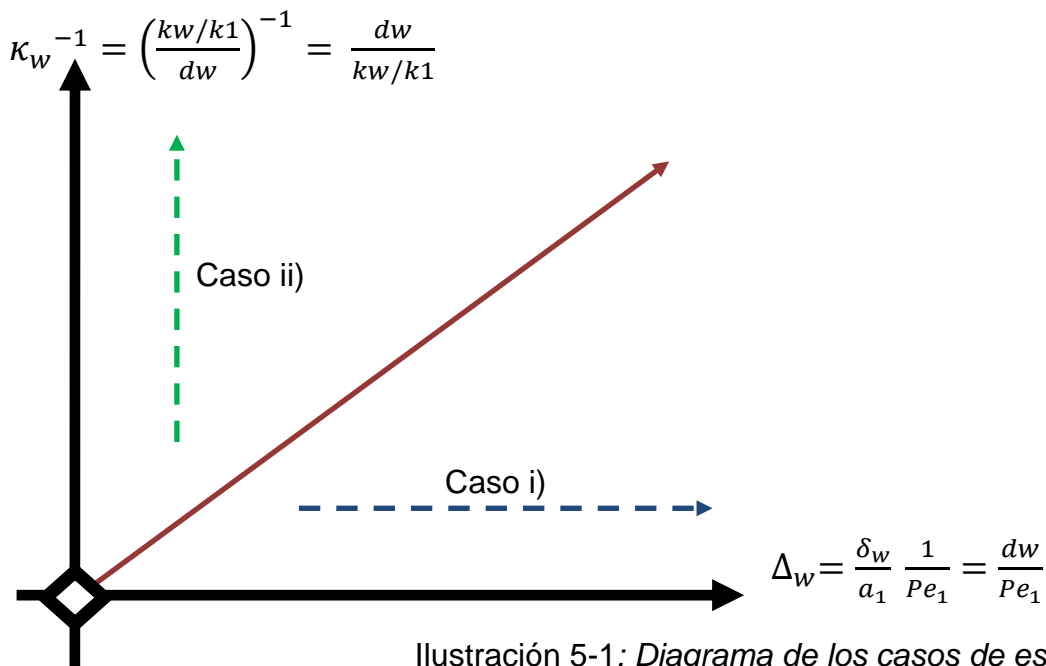


Ilustración 5-1: Diagrama de los casos de estudio

Donde el eje Y (Ilustración 5.1) representa el inverso de κ_w , cuya interpretación física es la resistencia térmica de la pared al flujo transversal y el eje X representa Δw y su interpretación física es la influencia del flujo de calor axial comparado con el transversal.

La línea roja simula un caso en el que se aumenta d_w con el cociente k_w/k_1 fijo, es decir, no variando el material. Aunque es un caso simple de realizar en un laboratorio, no se era el objeto de estudio (más tarde se descubre que hubiera sido interesante su estudio) y habría que haber rediseñado el bucle para hacer un barrido simultáneo a dos parámetros en vez de uno en el programa numérico.

Las líneas discontinuas azul y verde representan los casos de estudio i) y ii) respectivamente. En ellos fijamos un valor, κ_w^{-1} o Δ_w y se hace un barrido numérico variando el otro parámetro adimensional.

Éste estudio sigue la línea de las investigaciones realizadas hasta ahora en la universidad ya que en el año 2010 mi tutor, Marcos vera, redactó un artículo [10] estudiando las singularidades del punto central del eje (señalado con un rombo) de referencia. En el año 2012 Bernardo Rivero de Aguilar Pérez-Gabilondo hizo un estudio de los efectos que se dan simulando a lo largo del eje Y en su proyecto fin de carrera [8, 11].

En el presente proyecto, se avanza un pequeño escalón y se realizan simulaciones a lo largo de todo el plano XY. Con esto se pretende alcanzar una mayor comprensión térmica de los micro-intercambiadores de calor y en concreto de la transferencia axial de calor.

5.2.1. Barrido de espesor de la pared con $invkw = 0.1$

Este primer caso de estudio, resolveremos numéricamente el problema con todos los parámetros fijos excepto el grosor de pared que asciende en cada operación:

xiL	0.125
m	1
k	1
Invkw	0.1
Pe	50
matrix	50x25x50
dw	{0,0.25,0.5,1,2,4}

Tabla 5-1

Como podemos observar, hay un primer caso en el que dw es 0. Es decir, será el estudio sin espesor de pared, es decir, sin efectos de conducción axial.

En éste primer caso, no sólo nos centraremos en analizar el estudio axial. También se harán observaciones sobre los resultados generales del intercambiador, por lo que éste apartado quizás sea el más denso. Empezaremos por la distribución de temperaturas en la pared:

En el caso $dw=0$:

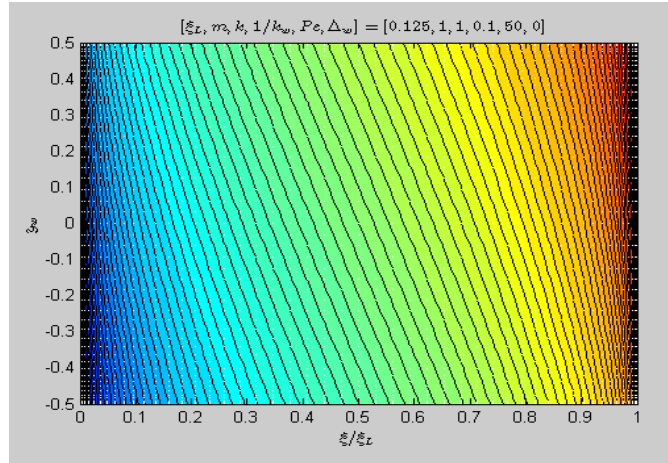


Ilustración 5-2: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=0$

Puede parecer una incongruencia esta asunción de pared cuando teóricamente no tiene espesor. Recordamos que dw es un cociente y teóricamente el espesor no tiene por qué ser 0, además viene acompañado con kw . Matemáticamente el programa simplemente completa la pared con los datos proporcionados.

Podemos observar (ilustración 5.2) como las isotermas tienen cierto carácter diagonal. A medida que aumentamos el espesor de pared:

$-dw=0.5$:

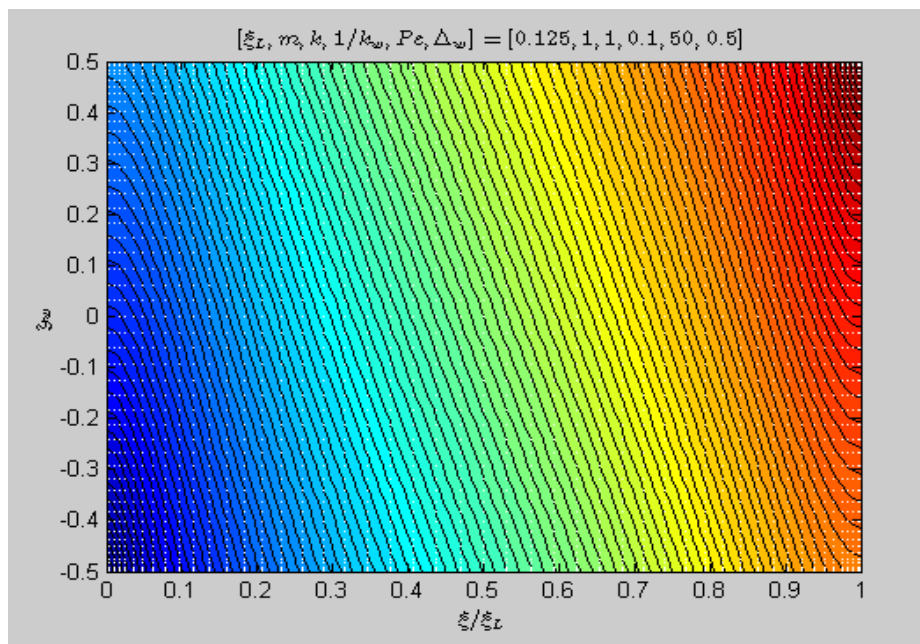


Ilustración 5-3: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.5$

-dw=2:

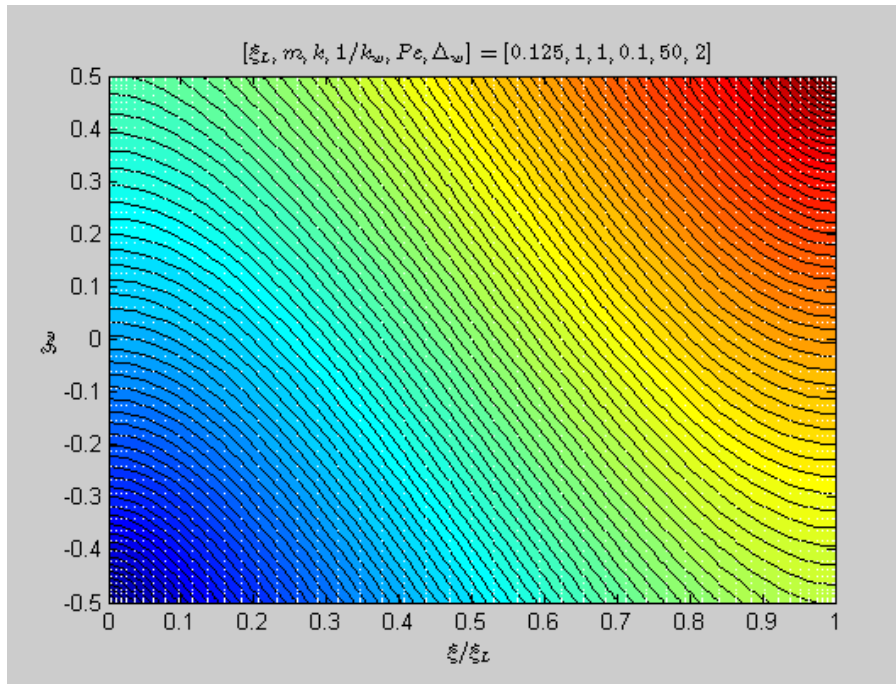


Ilustración 5-4: Distribución de temperaturas en la pared invkw=0.1; dw=2

-dw=4:

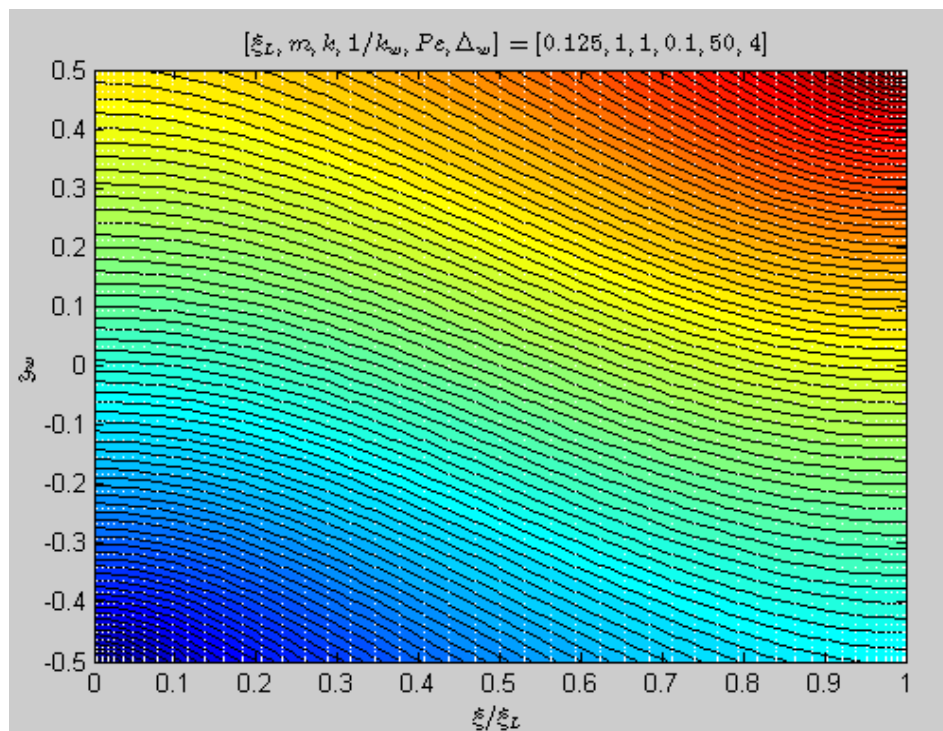


Ilustración 5-5: Distribución de temperaturas en la pared invkw=0.1; dw=4

Se puede observar una tendencia de horizontalidad de las isotermas a medida que aumenta el espesor (ilustraciones 5.3, 5.4, 5.5). Esto es lógico en cierta manera ya que aumentando el grosor se posibilita una distribución vertical y no sólo horizontal de las temperaturas. Sabemos al menos que con una conductividad baja $kw=10$, se cumple ésta suposición. Seguimos con la distribución de temperaturas de los fluidos:

Ya en el caso $dw=0$:

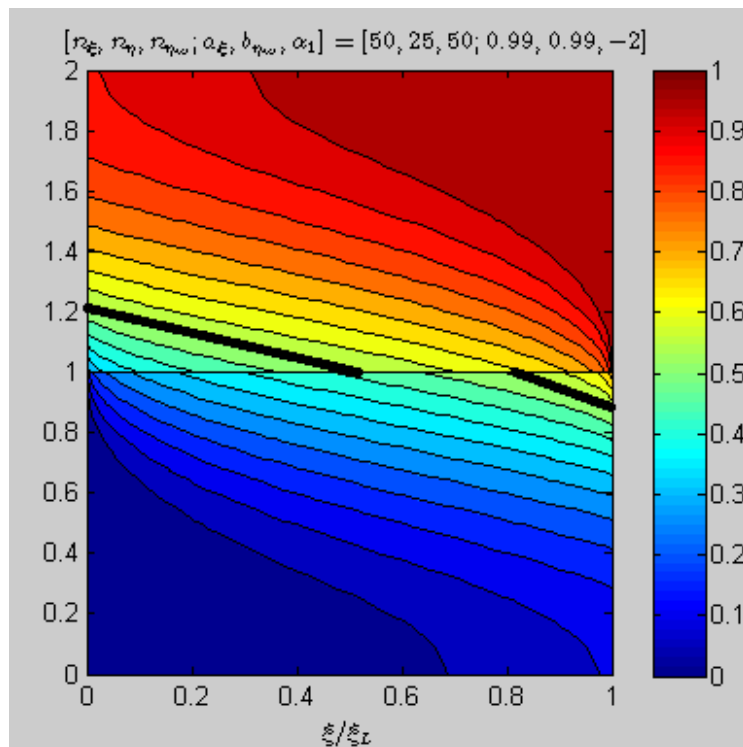


Ilustración 5-6: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$

Con un subrayado se muestra (Ilustración 5.6) el impacto de la pared en la continuidad de las temperaturas de los fluidos. Si nos fijamos en que es el caso con menor espesor de pared, podemos ver el efecto de la conductividad de la misma.

Ya en el caso más extremo de espesor $dw=4$:

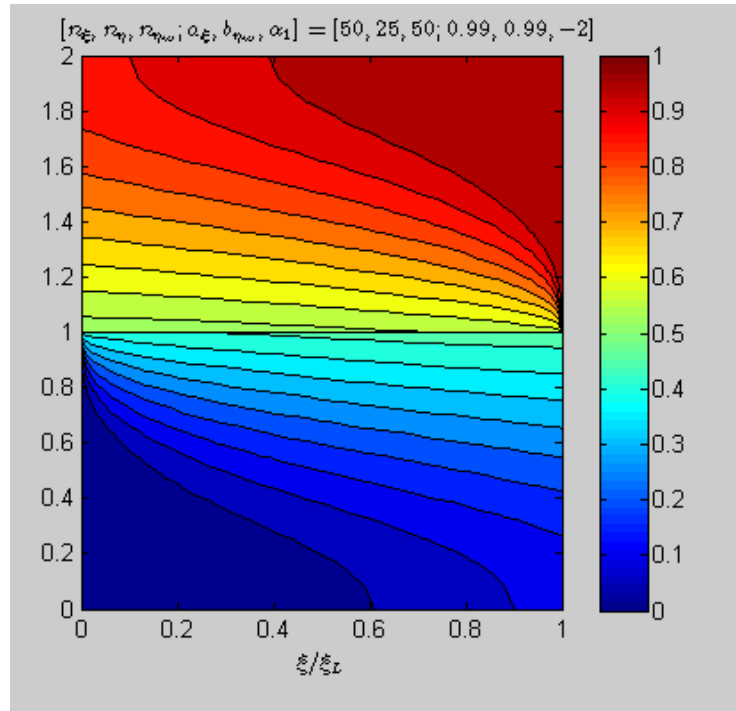


Ilustración 5-7: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=4$

Es ciertamente difícil seguir las isotermas (Ilustración 5.7). Como veremos, esto es debido ante todo a la baja conductividad.

Seguimos con el estudio de la eficiencia: En el caso de $dw=0$:

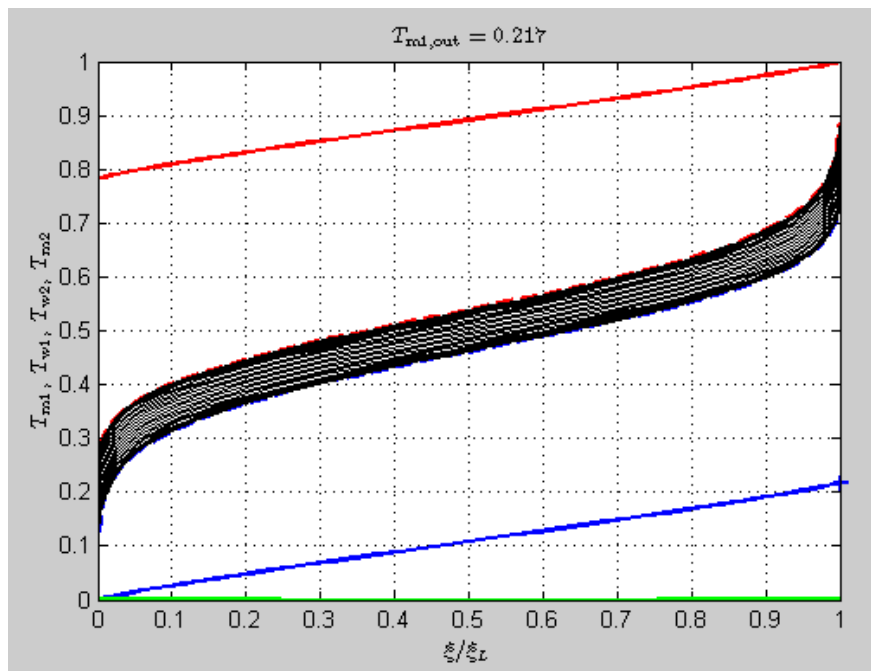


Ilustración 5-8: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.1$; $dw=0$

En este tipo de ilustración, la línea roja continua muestra la temperatura media del fluido caliente a lo largo del intercambiador, la azul la temperatura media del fluido frío y las líneas negras la temperatura de la pared.

Podemos ver (Ilustración 5.8) que la eficiencia del intercambiador es 0.217, es decir; una eficiencia un tanto baja. Aunque se pueda vincular a una conductividad baja, en realidad esto es debido a la reducida longitud del intercambiador. En la práctica, simular intercambiadores largos venía acompañado de una alta carga computacional, por lo que se optó por simulaciones más simples para éstos casos. Además, como se expuso en la introducción, los micro-intercambiadores de calor no suelen tener longitudes muy largas dado a la alta caída de presión que se produce. Se puede ver que seguramente gracias a la baja conductividad la pared tiene una alta franja de temperaturas a lo largo de la pared. Haciendo zoom en la misma:

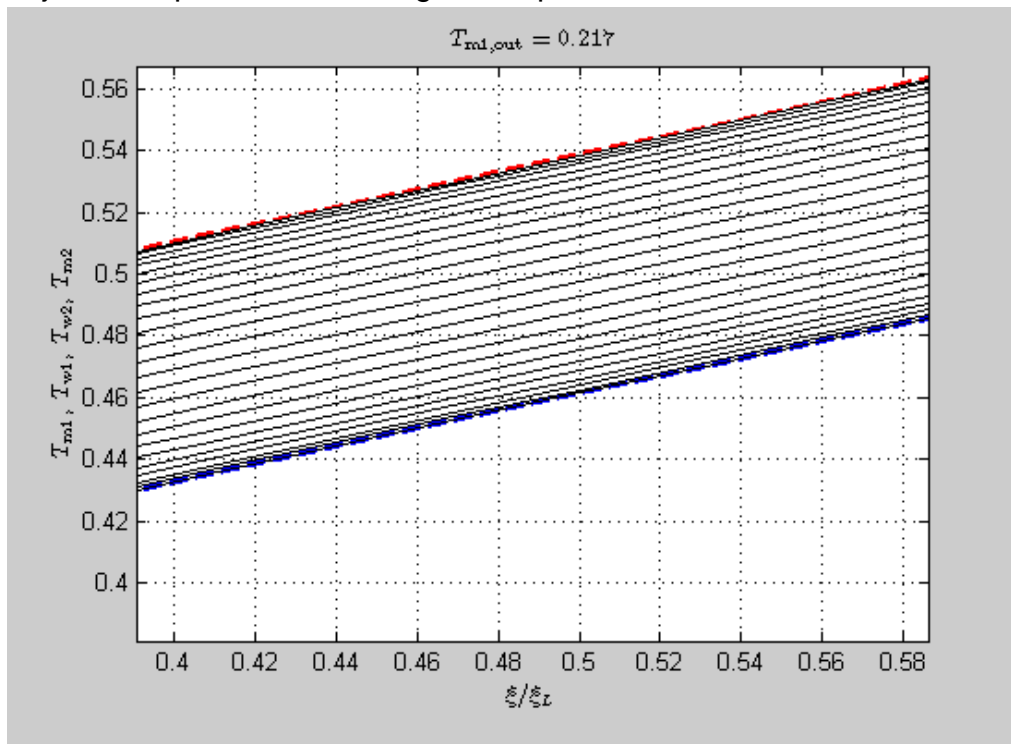
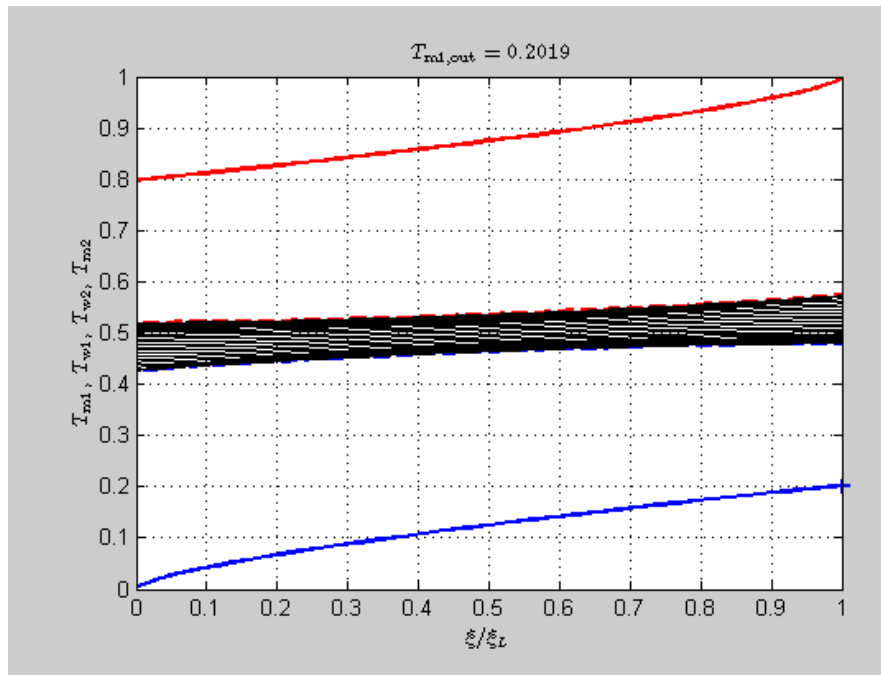


Ilustración 5-9: Ampliación de Ilustración 5-7

Se puede (Ilustración 5.9) observar mejor sus isotermas.

En detalle se puede observar que las líneas discontinuas roja y azul son las temperaturas en la interfaz pared/fluido caliente y frío. Las líneas negras son las temperaturas dentro de la pared.

En el caso de mayor grosor, $dw=4$:



*Ilustración 5-10: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared
 $invkw=0.1$; $dw=4$*

En primer lugar se puede ver (Ilustración 5.10) que la eficiencia pasa a ser 0.209, casi una centésima menor, una reducción de en torno a un 5% del total que en un intercambiador tan corto puede llegar a ser algo significativo. Se cumple a priori la suposición clásica de que un mayor ancho de pared disminuye la eficiencia del intercambiador. También salta a la vista la diferencia de variaciones de temperatura en la pared. Al ser ancha, es seguro decir que toma un valor intermedio al principio y al ser más difícil de variar su temperatura, lo hace ligeramente a lo largo.

Éste es el gráfico que relaciona las eficiencias del intercambiador respecto a su ancho de pared:

dw	ϵ
0	0,217
0,25	0,2161
0,5	0,2143
1	0,2104
2	0,2051
4	0,2019

Tabla 5-2

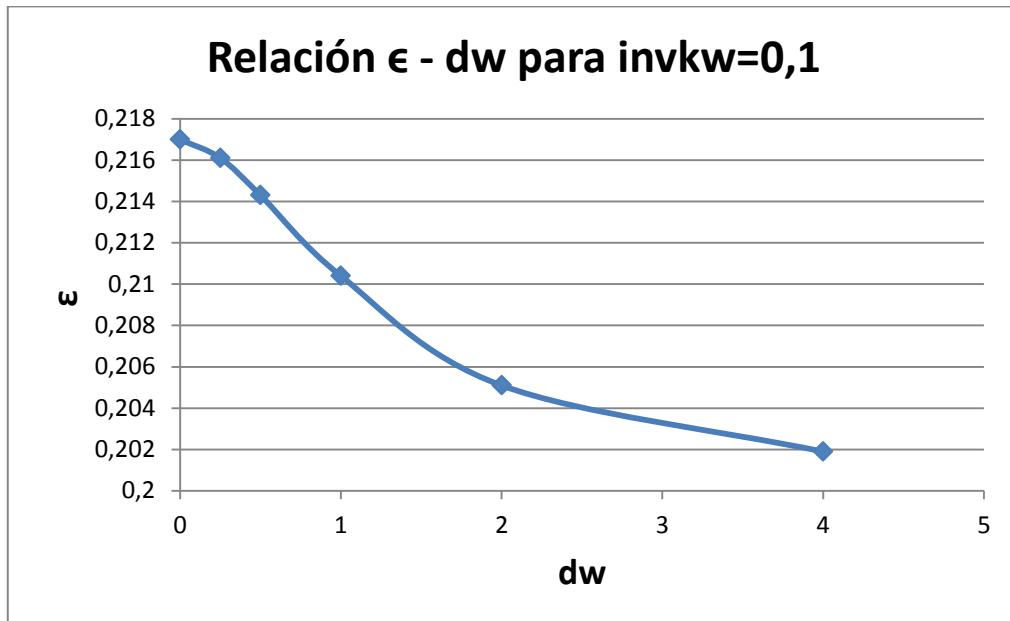


Ilustración: 5-11 Relación ϵ -dw para invkw=0.

Donde el eje Y muestra las eficiencias y el eje X la variación de espesor, dw (Ilustración 5.11). Como era de esperar hay una tendencia decreciente con máximo en 0.217. No parece que una posible conducción axial haya mejorado la eficiencia, como mucho habrá podido suavizar la pendiente del gráfico.

A continuación analizaremos los flujos de calor en la pared. Aquí sí que es importante analizar los casos uno a uno y analizar cómo se desarrollan los casos.

-dw=0

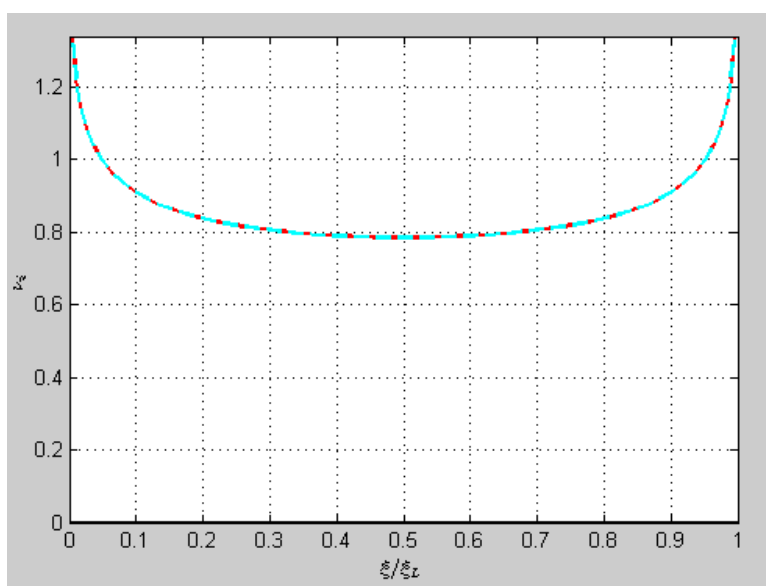


Ilustración 5-12: Flujos de calor transversal y axial en la pared invkw=0.1; dw=0

La línea roja representa el flujo de calor transversal que intercambia el fluido caliente con la pared, y la azul representa el flujo de calor transversal que intercambia el fluido frío con la pared para una cierta posición axial. Éstos presentan singularidades en la entrada del fluido asociadas a las condiciones de contorno y las regiones de desarrollo térmico del flujo.

$-dw=0.25$

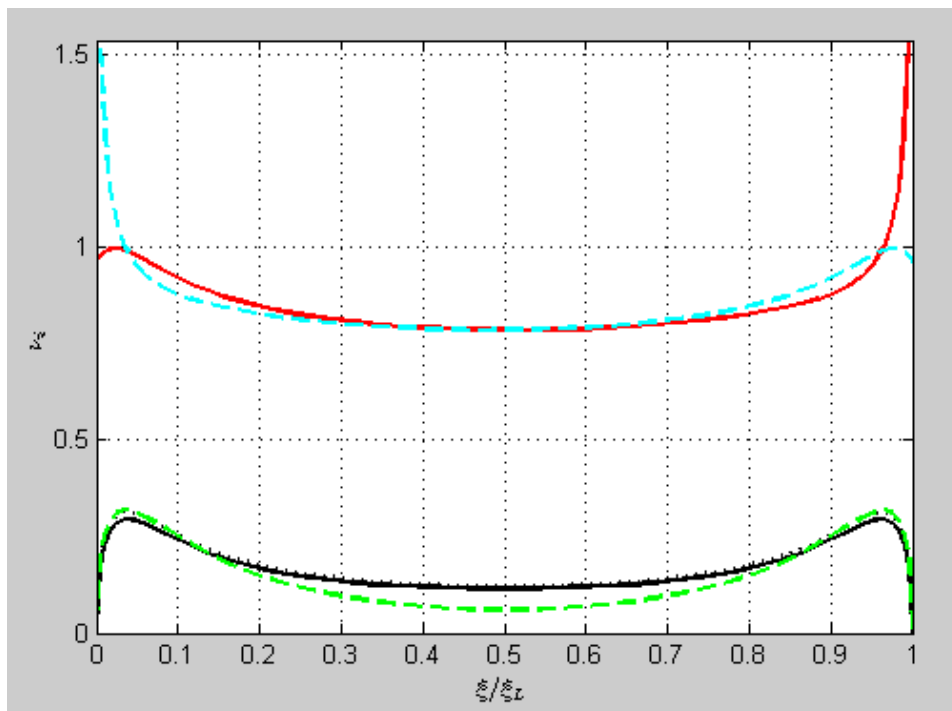


Ilustración 5-13: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.25$

Como ya se comentó anteriormente, la línea discontinua verde es la que representa el flujo axial del segundo modo (18). Por eso especialmente en los primeros casos no concuerda con el resto.

-dw=0.5

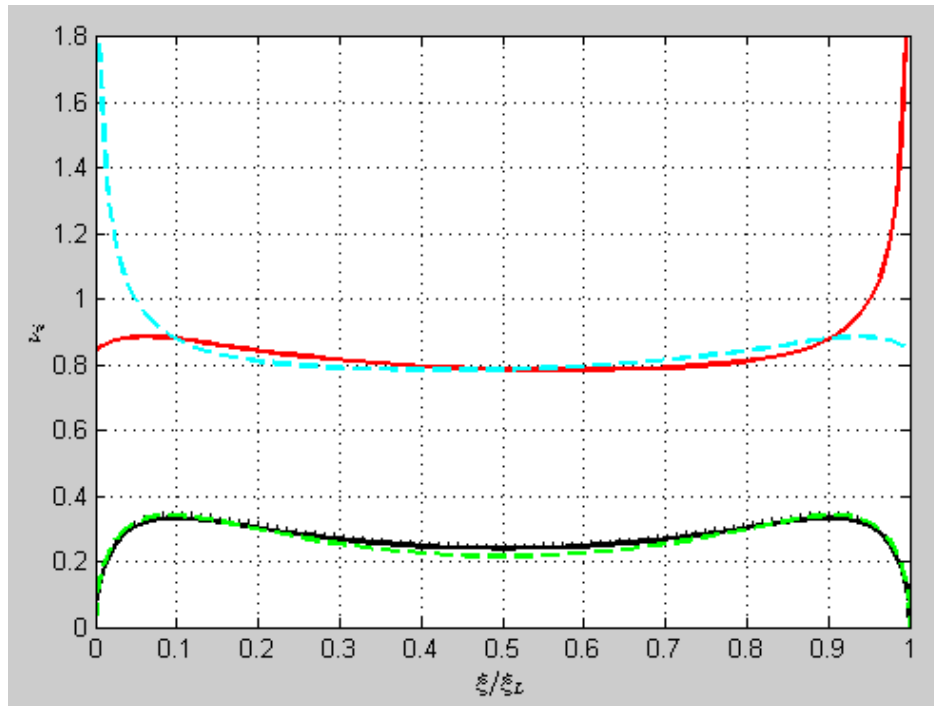


Ilustración 5-14: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=0.5$

-dw=1

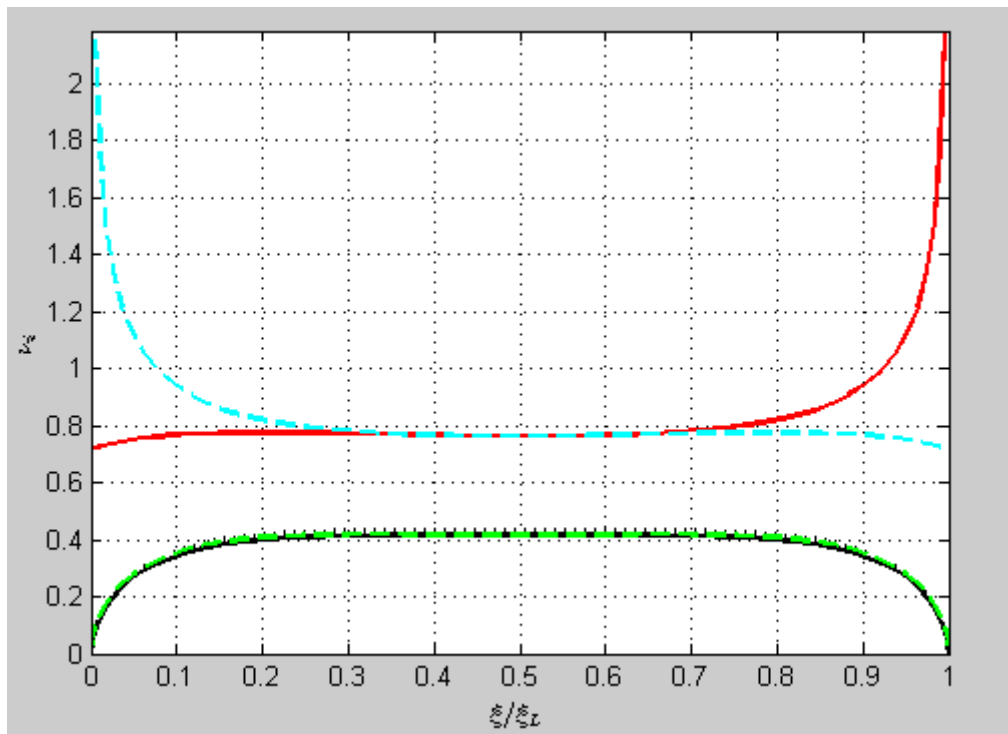


Ilustración 5-15: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=1$

-dw=2

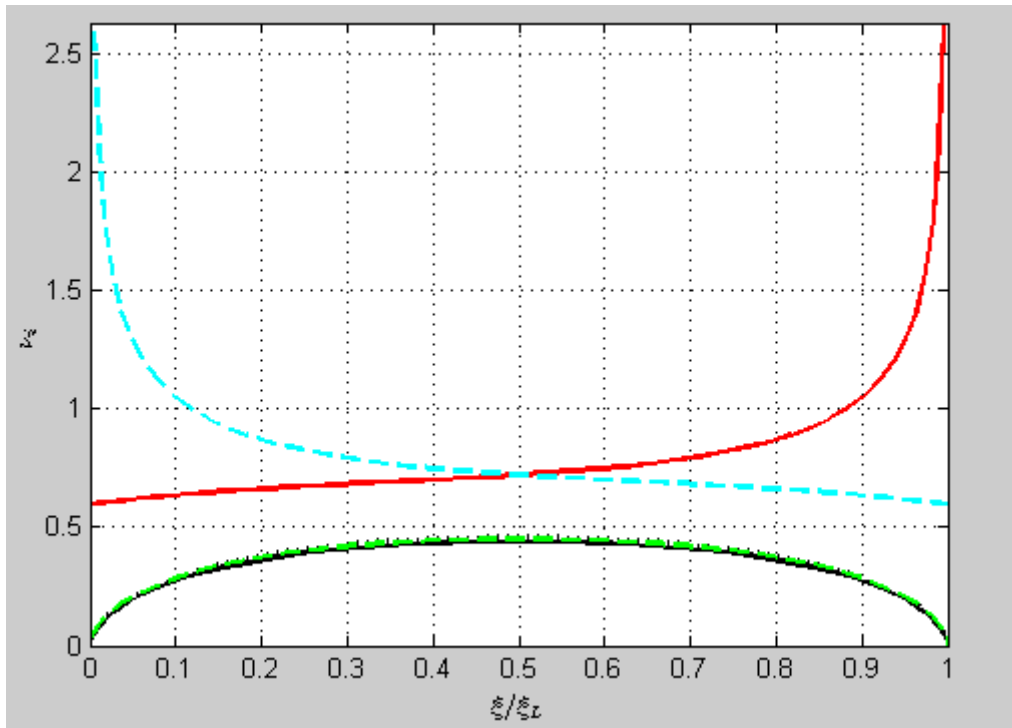


Ilustración 5-16: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=2$

-dw=4

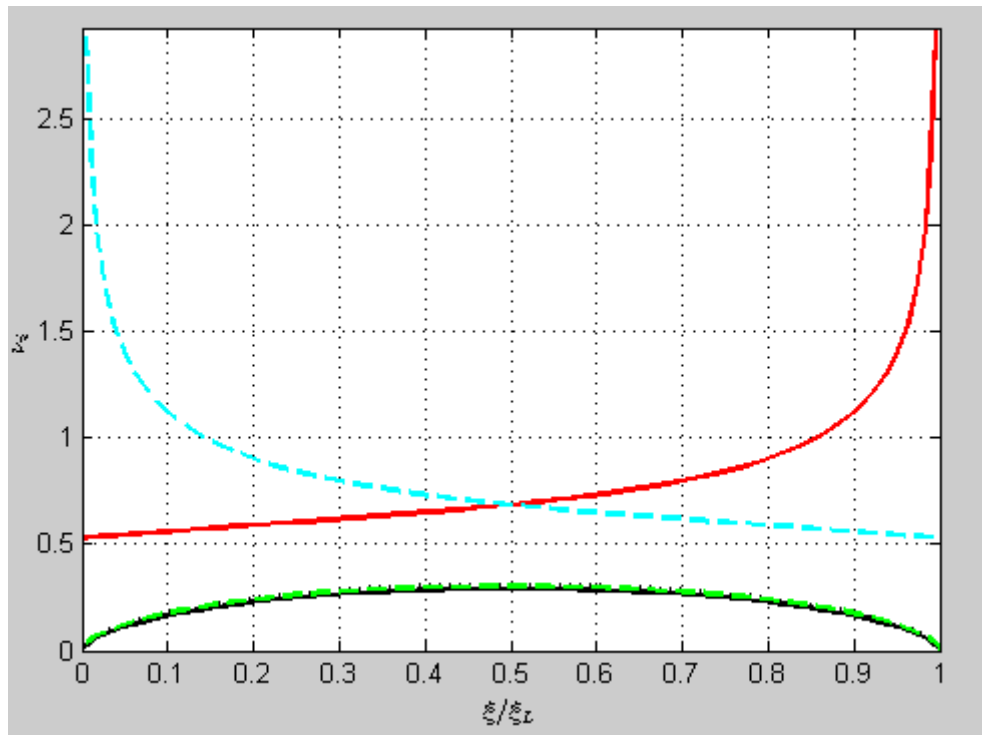


Ilustración 5-17: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.1$; $dw=4$

Como se puede observar, en el primer caso (Ilustración 5.12) no hay flujo axial pues el espesor de la pared es 0.

Se puede ver con claridad que en todas las Ilustraciones hay simetría. La razón es que hay igualdad en los valores m y k , ambos iguales a 1. Más adelante se hará una simulación para los casos en los que tengamos un intercambiador con m y k desiguales.

Siguiendo el análisis de los flujos transversales encontramos que en las primeras simulaciones (Ilustraciones 5.13, 5.14, 5.15) aparece un mínimo a mitad del intercambiador y más adelante vuelve a aumentar para levemente volver a descender a la salida. Vemos que esto guarda similitud con lo que ocurre con la transferencia axial. Sin embargo, a medida que aumentamos el espesor de la pared (Ilustraciones 5.16, 5.17), el mínimo desaparece y se observa una disminución continua del flujo de calor axial hasta el final del intercambiador.

Fijándonos en los flujos axiales, en primera instancia podemos observar su magnitud con respecto a los transversales, mientras con un espesor de 0.25 en las zonas centrales son muy inferiores al flujo transversal; para espesores mayores se acercan más; sobre todo para un espesor de 2 donde se encuentra aproximadamente el máximo. Para espesores aún mayores la diferencia vuelve a aumentar levemente.

Pero lo que más llama la atención son las formas que marcan los flujos a lo largo del intercambiador. En los casos de paredes delgadas, el flujo empieza en 0. Rápidamente tiene un aumento llegando a un máximo para luego bajar paulatinamente a un mínimo en el centro del intercambiador. Por simetría sucede lo mismo en la segunda mitad. A medida que aumentamos el espesor, los máximos se van acercando al centro y el aumento inicial es menos brusco. Llega un punto en el que se unen los máximos en el centro y nos encontramos con que el flujo axial toma una forma parabólica con máximo en el centro y cero en los extremos. Una vez que sólo hay un máximo, al aumentar la pared baja el flujo. Esto no significa que haya menos transferencia axial, sino que al aumentar la superficie, el flujo (cuando se expresa por unidad de superficie como hacemos aquí) baja.

Antes de hacer ningún tipo de análisis sobre éste tema se tendrá en cuenta el análisis del caso con más conductividad para analizar sus similitudes.

5.2.2. Barrido de espesor de la pared con $invkw = 0,01$

xiL	0.125
m	1
k	1
Invkw	0,01
Pe	50
matrix	50x25x50
dw	{0,0.25,0.5,1,2,4}

Tabla 5.3

Empezando por el análisis de temperaturas en pared, cuando $dw=0$:

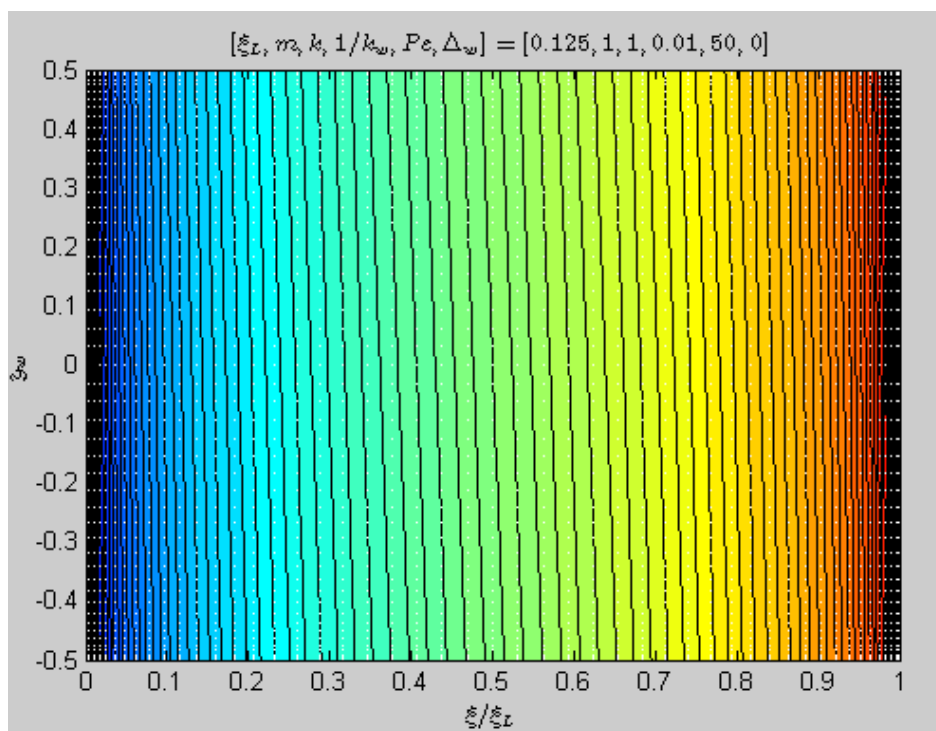


Ilustración 5-18: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$

A diferencia del caso anterior (Ilustración 5.2), las isothermas tienen un carácter mucho más vertical (Ilustración 5.18). Al ser muy alta la conductividad, como además la pared es estrecha y no hay conducción axial sucede esto. Se podrá apreciar muy bien también en el diagrama de eficiencia.

Yendo al caso de pared más ancho $dw=4$:

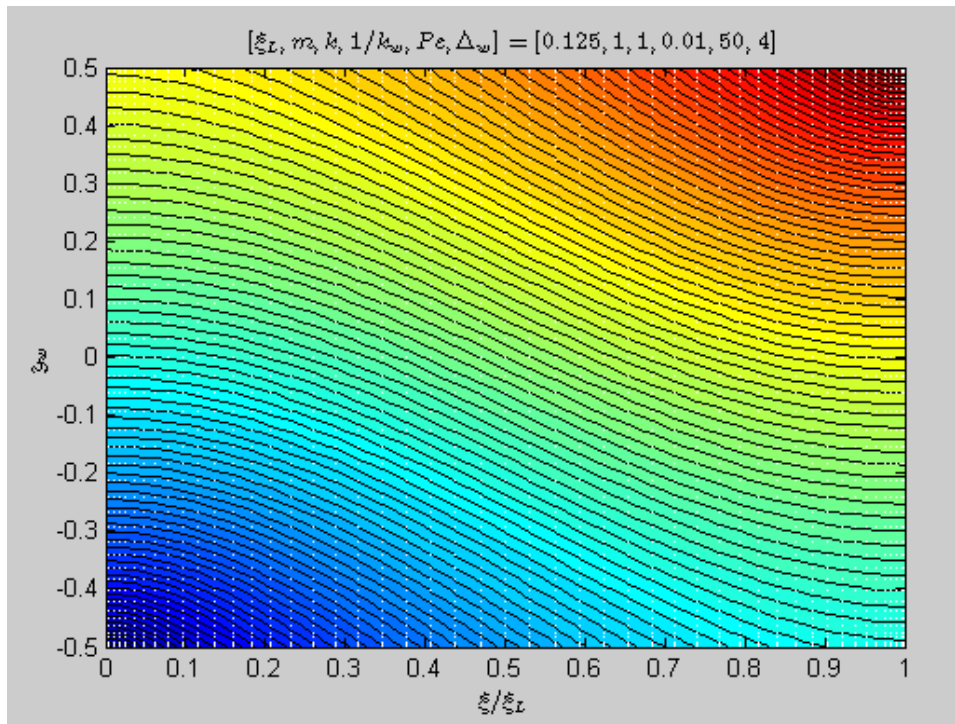


Ilustración 5-19: Distribución de temperaturas en la pared $invkw=0.01$; $dw=4$

Nos encontramos en la misma situación que en el apartado anterior, quizás con más pendiente pero esto se debe a lo antes mencionado. No hay mucho más que analizar en éste aspecto. Fijándonos en la distribución de temperaturas de los fluidos, y haciendo comparativa del caso anterior:

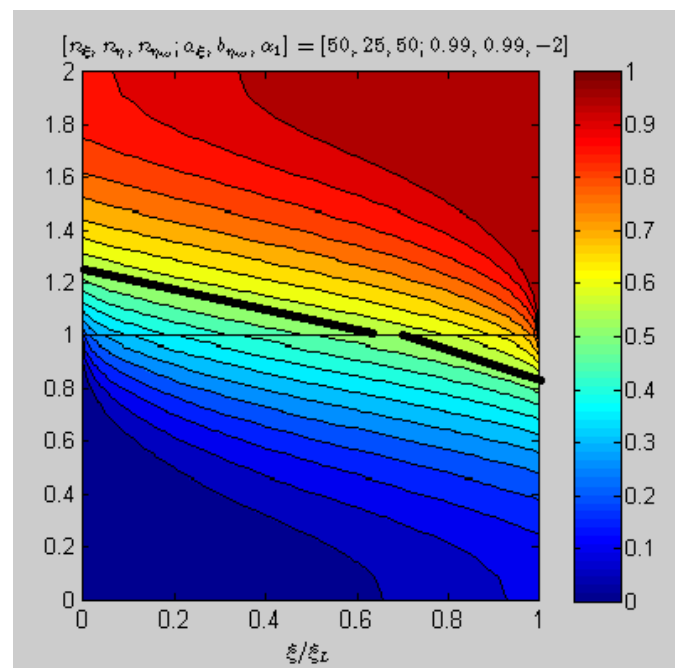


Ilustración 5-20: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.01$; $dw=0$

Como se puede observar (Ilustración 5.20), las isothermas presentan menos discontinuidad en la pared que las que analizamos en el mismo caso con menos conductividad (Ilustración 5.21 y coincide con Ilustración 5.6):

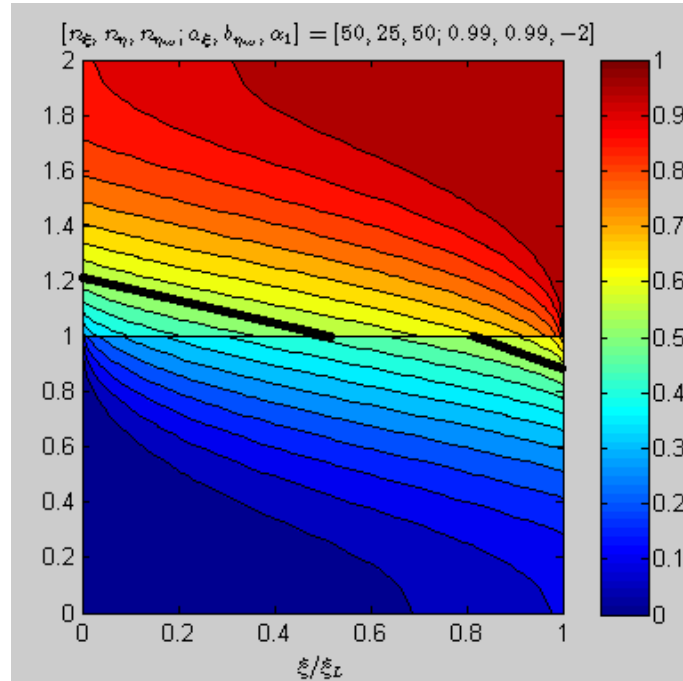


Ilustración 5-21: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$

En el caso más desfavorable, la discontinuidad causada por el ancho de la pared se hace fuerte y vuelve a ocurrir lo mismo que en caso análogo sólo que con temperaturas más próximas en la pared (Ilustración 5.22):

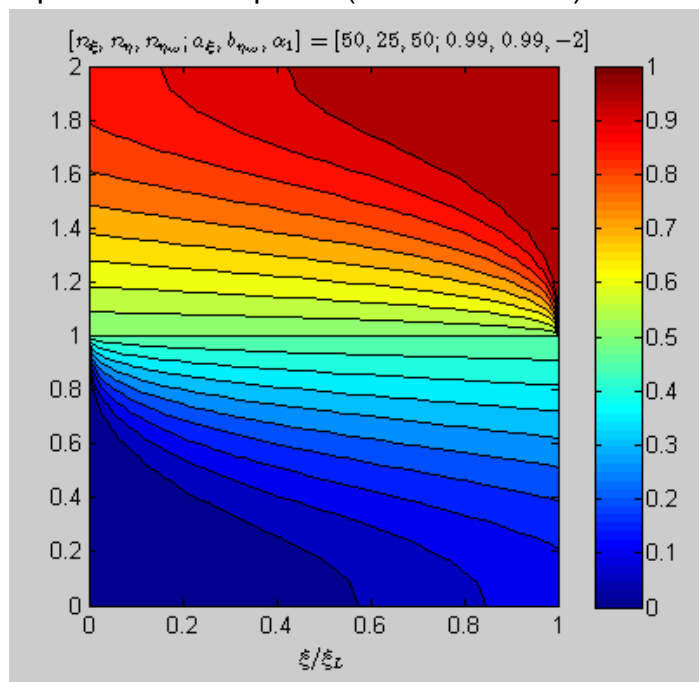


Ilustración 5-22: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=4$

Al estudiar la eficiencia:

Como era de esperar al aumentar la conductividad, aumenta la eficiencia (Tabla 5.4). No obstante, de acuerdo con la literatura esto no debería ser siempre así. Más adelante se estudiará este fenómeno. Éstas son las eficiencias:

dw	To
0	0,2354
0,25	0,2293
0,5	0,2232
1	0,2181
2	0,216
4	0,2154

Tabla 5-3

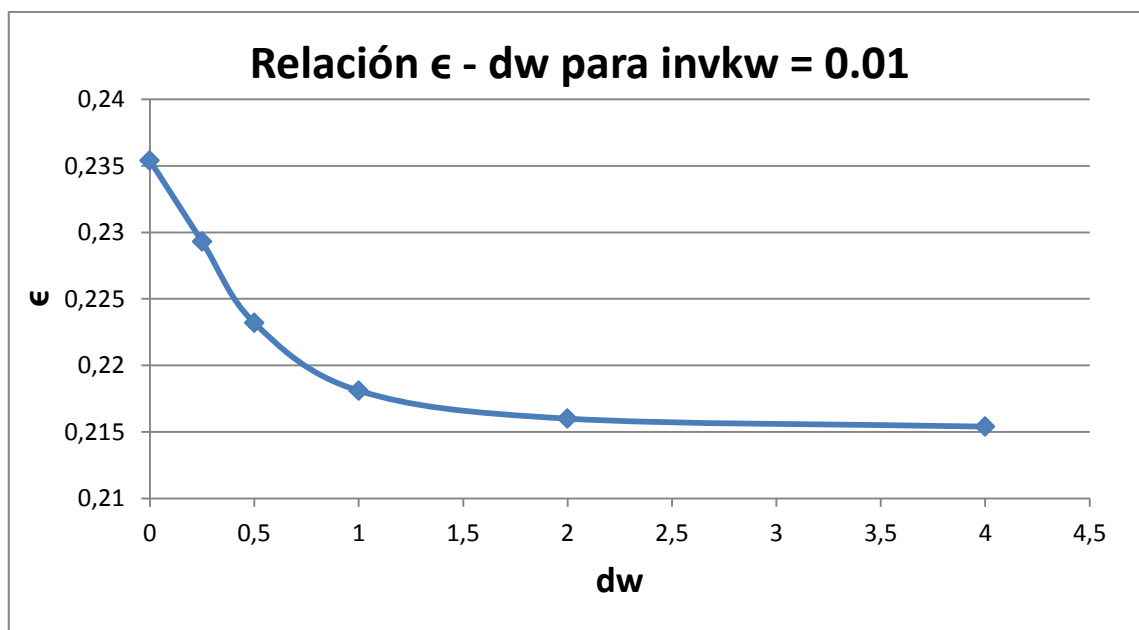


Ilustración 5-23: Relación ϵ -dw para $invkw=0.01$

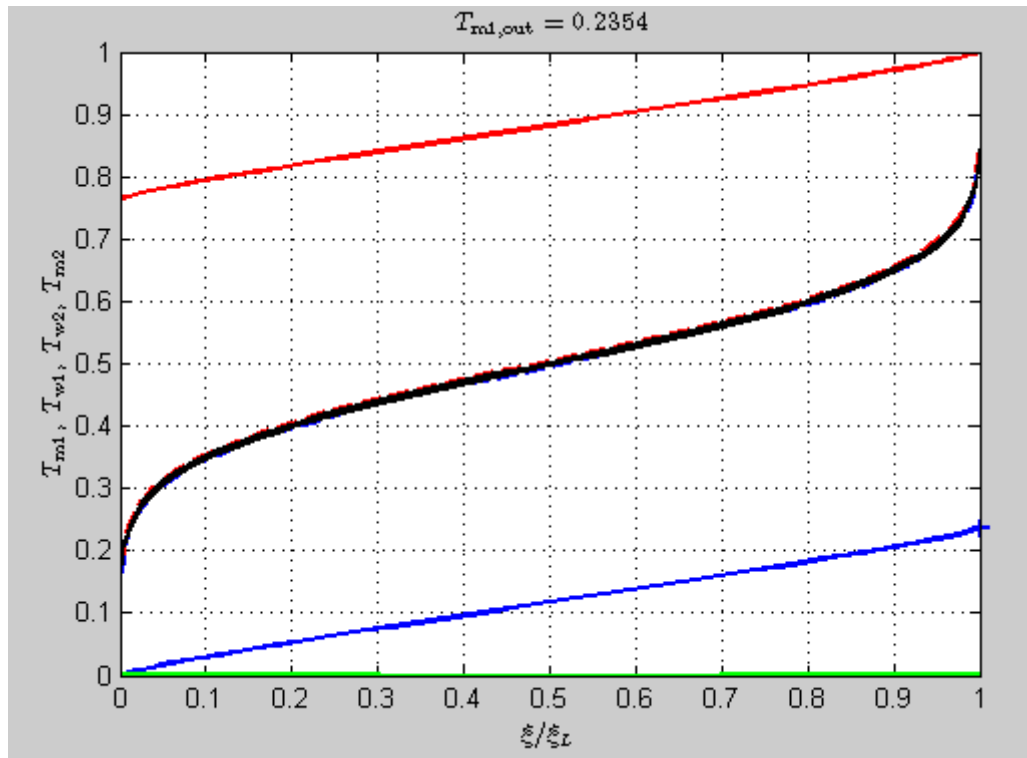
Curiosamente, aunque el valor más bajo de $kw=100$ sea similar al más alto de $kw=10$; se puede observar que la pendiente del primero (Ilustración 5.23) es mucho más pronunciada que la del anterior (Ilustración 5.11). Es difícil el análisis de estos fenómenos con los casos que tenemos.

Como ya explicamos anteriormente, este tipo de análisis sirve para evaluar la influencia de la transferencia axial. Cuando kw es alto observamos que la eficiencia tiene un punto de estabilización en torno a $dw=2$. Cuando kw es bajo, no pudimos ver dicho punto, seguramente esté en $dw=5$. Esto se debe a la propia ecuación (13).

Una vez fijada la transferencia transversal, un valor alto de kw hace que las variaciones sean bruscas.

Tras éste análisis de la ecuación, deducimos que al menos en los casos que hemos estudiado, el flujo de calor axial baja la eficiencia del intercambiador.

Además, como vimos en las temperaturas de pared:



*Ilustración 5-24: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared
 $invkw=0.01$; $dw=0$*

Las diferencias de temperatura en el ancho de la pared son mínimas (Ilustración 5.24). Igual pasa en el resto de casos.

Ahora toca estudiar los flujos de calor:

-dw0

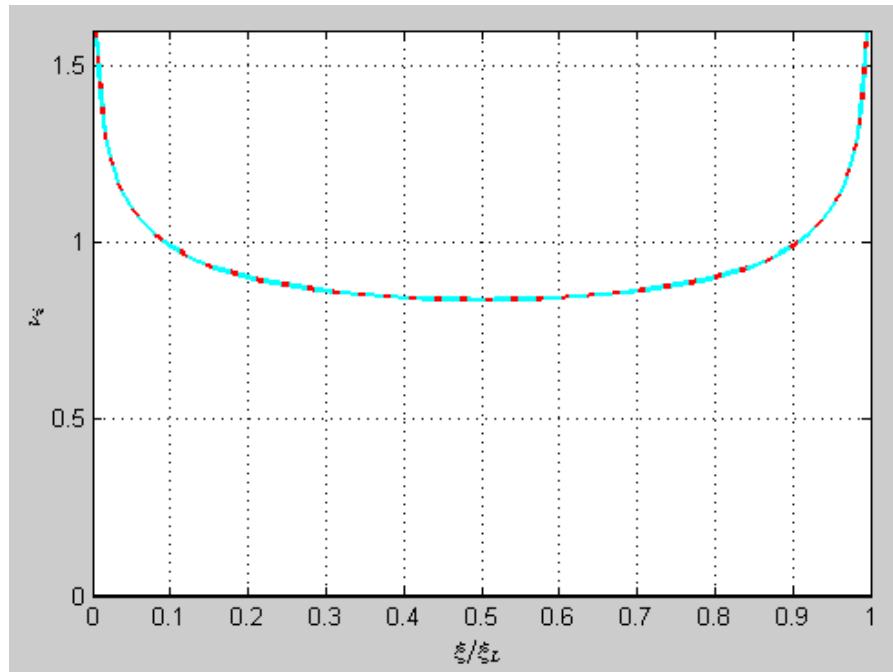


Ilustración 5-25: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$

-dw0.25

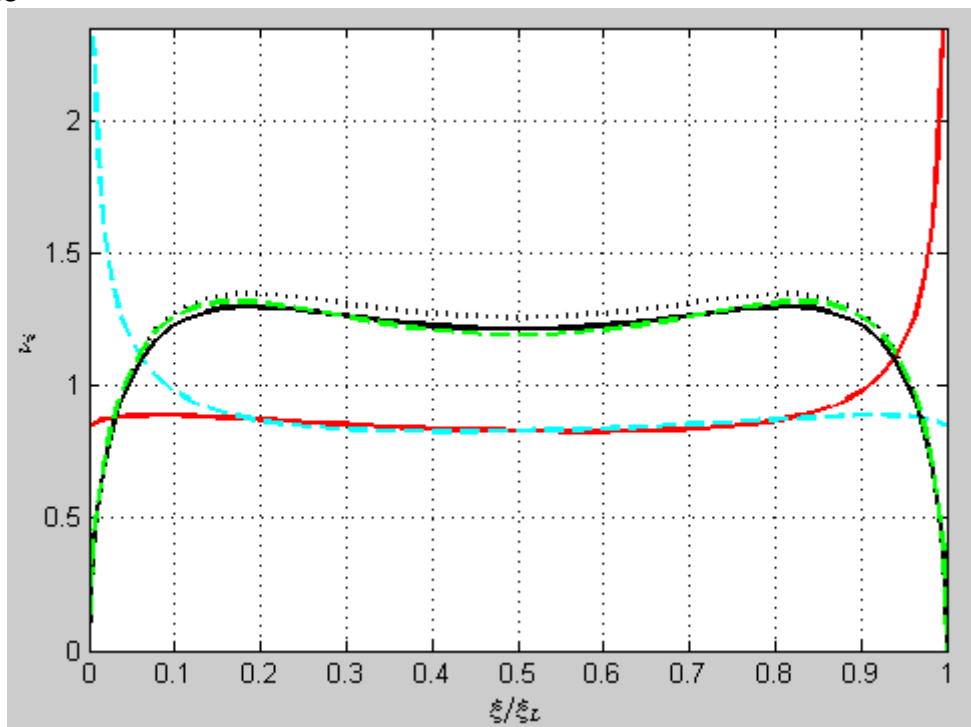


Ilustración 5-26: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.25$

-dw0.5

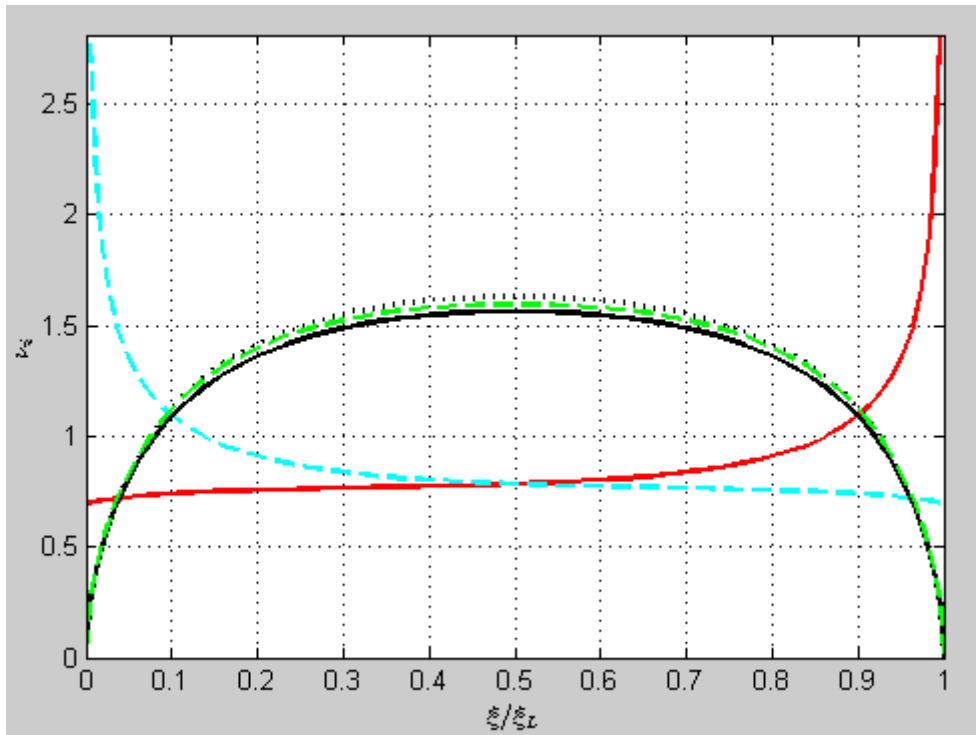


Ilustración 5-27: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.5$

-dw1

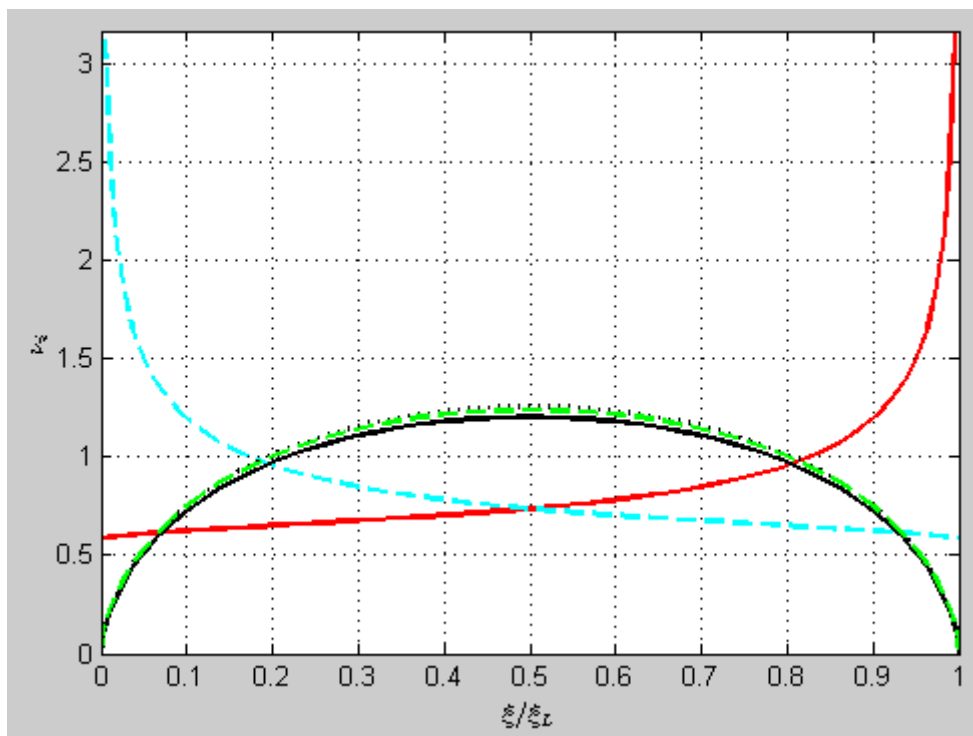


Ilustración 5-28: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=1$

-dw2

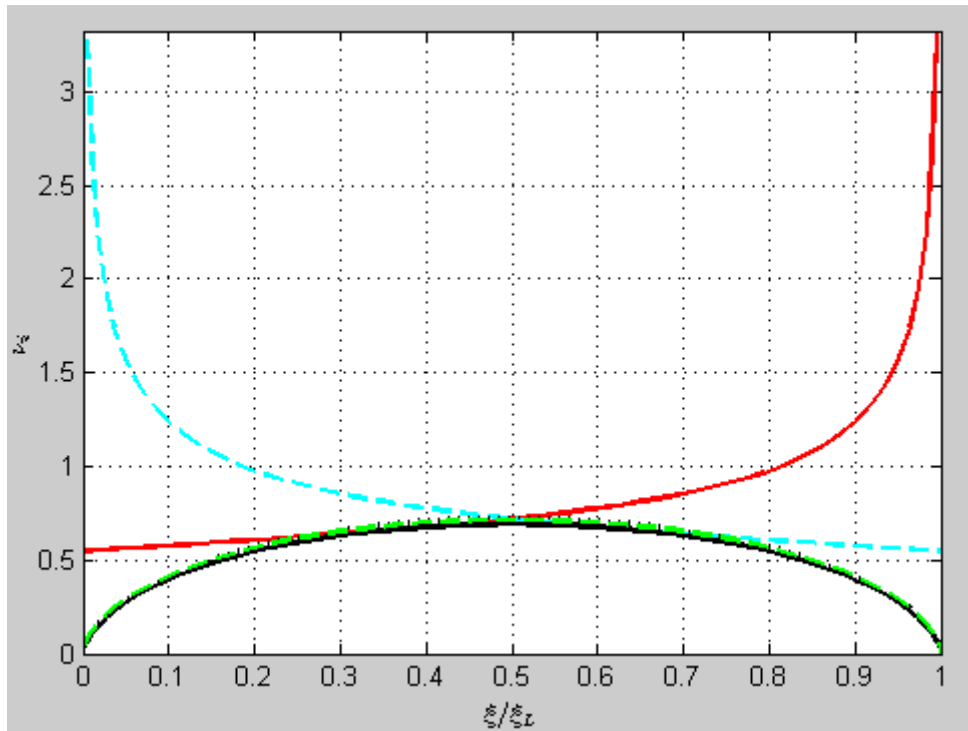


Ilustración 5-29: Flujos de calor transversal y axial en la pared $inwk=0.01$; $dw=2$

-dw4

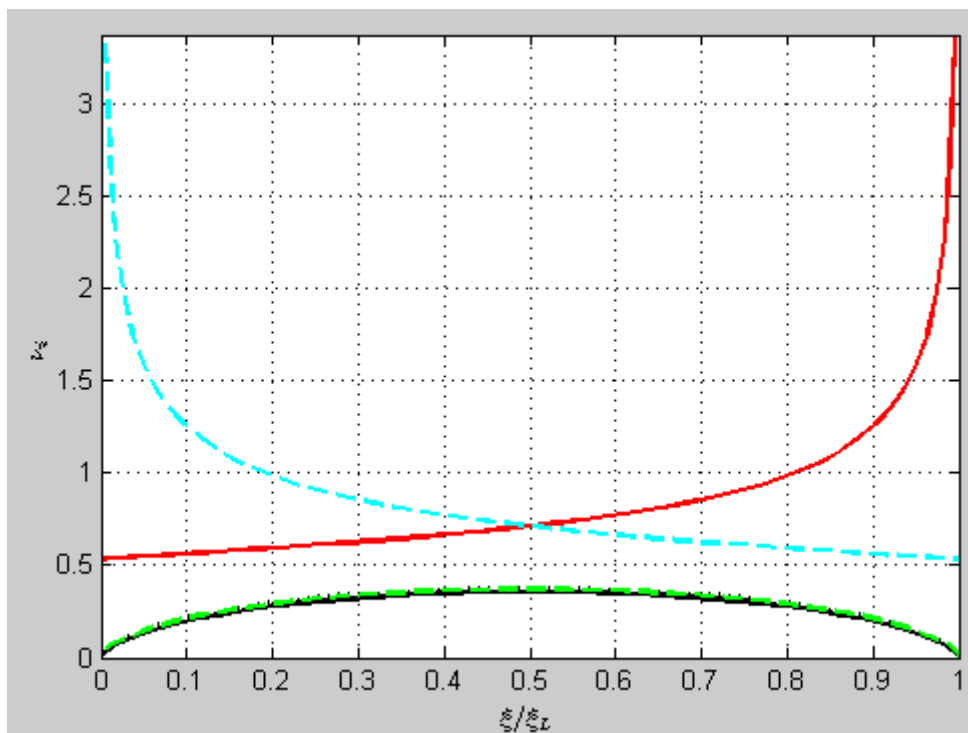


Ilustración 5-30: Flujos de calor transversal y axial en la pared $inwk=0.01$; $dw=4$

Aquí nos encontramos la primera gran sorpresa de nuestro estudio. Si en el caso de menor conductividad (Ilustraciones 5.12-5.17) la transferencia axial no era despreciable pero sí menor en todos los casos que la transferencia transversal, aquí nos encontramos lo contrario. Hasta llegar al espesor $dw=2$ (Ilustración 5.29), en la parte central del intercambiador es mayor el flujo de transferencia axial. Por ello llegamos a dos conclusiones: el flujo de calor axial no debe ser despreciado por norma general y al aumentar la conductividad térmica de la pared, adquiere más importancia la transferencia de calor axial en la pared.

Sin embargo, evaluando las formas de los gráficos; salvo que en el espesor $dw=0.25$ (Ilustración 5.26) los máximos están muy juntos (es lógico suponer que habría que buscar un espesor aún menor de 0,25 para que sucediese exactamente lo mismo que en el caso de menor conductividad), la evolución de las formas de los flujos de calor se repiten en todas las simulaciones a diferentes conductividades térmicas.

Desarrollando un poco la ecuación (13) es relativamente fácil llegar a la conclusión de que el flujo de calor transversal es función directa del cociente kw/dw , mientras que el flujo de calor axial es función directa del producto $dw*kw$.

Por ello, llegamos a la conclusión de que el flujo de calor actúa de ésta forma:

En los casos de pequeño espesor, el esquema simplificado de los flujos de calor en la pared es así:

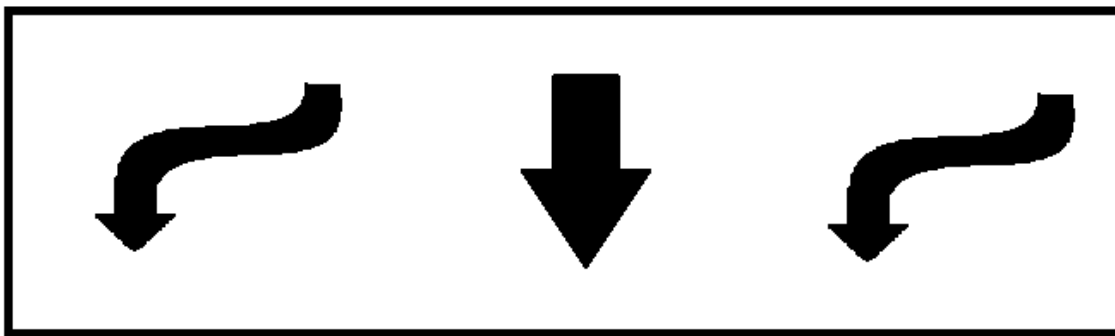


Ilustración 5-31: Esquema de los flujos de calor en una pared de espesor pequeño

Esto (Ilustración 5.31) se debe a que el flujo tiende a tomar el camino que le suponga “menos esfuerzo”, es decir; energéticamente más favorable. En los extremos, hay una alta carga térmica debida a las singularidades que se presentan, aunque un menor espesor perjudique a la transferencia axial, ésta interviene más que en zonas intermedias pues “quita carga” al flujo transversal. En la zona central, de las propias ecuaciones se deduce que predomina la transferencia transversal ya que el espesor está en el divisor.

Sin embargo, al aumentar el ancho de pared:



Ilustración 5-32: Esquema de los flujos de calor en una pared de espesor grande

Al haber mucha más superficie axial, el flujo de calor encuentra más cómoda ésta dirección. En los extremos por su singularidad el flujo de calor axial no es favorecido (Ilustración 5.32).

De los dos términos contribuyentes al flujo de calor axial (13) el primero Δ_w^2 aumenta con el espesor de la pared, mientras que el segundo $\frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2}$ aumenta con la curvatura (que como se observa las ilustraciones 5.13 y 5.24) que es grande en los extremos y pequeña (zonas con variación lineal de la temperatura) en el centro. Los dos términos tienden a contrapesarse. Sin embargo, cuando el espesor es grande (ilustración 5.14) la segunda derivada se hace pequeña dada a los escasos cambios de temperatura en la pared, pero es compensada con el aumento del espesor. Principalmente porque cuando el espesor de pared es infinito, ambos casos deberían tender a 0.

5.2.3. Estudio con más nodos en la malla.

Ante la posibilidad de que el estudio no fuese lo suficientemente preciso se realizó alguna simulación con una malla más compleja, exactamente de dimensiones 100x50x75. Apenas se encontraron variaciones, es decir; la eficiencia para el caso de $invkw=0.1$ y $dw=0.25$ que se obtiene es de 0.2169, mientras que en el primer estudio con una malla más simple era de 0.2161. Diferencia que para el objetivo de este estudio se considera despreciable.

Para completar un poco el banco de datos, se realiza una nueva simulación con ésta malla (aunque tarde más en converger):

xiL	0.125
m	1
k	1
Invkw	0,02
Pe	50
matrix	100x50x75
dw	{0.125,0.25,0.5,1,2,4}

Tabla 5-4

El nuevo caso evaluado, $dw=0.125$; al ser cercano a $invkw=0.01$ nos ofrece la visión de que a bajos espesores los máximos del flujo axial se desplazan a los extremos (Ilustración 5.33):

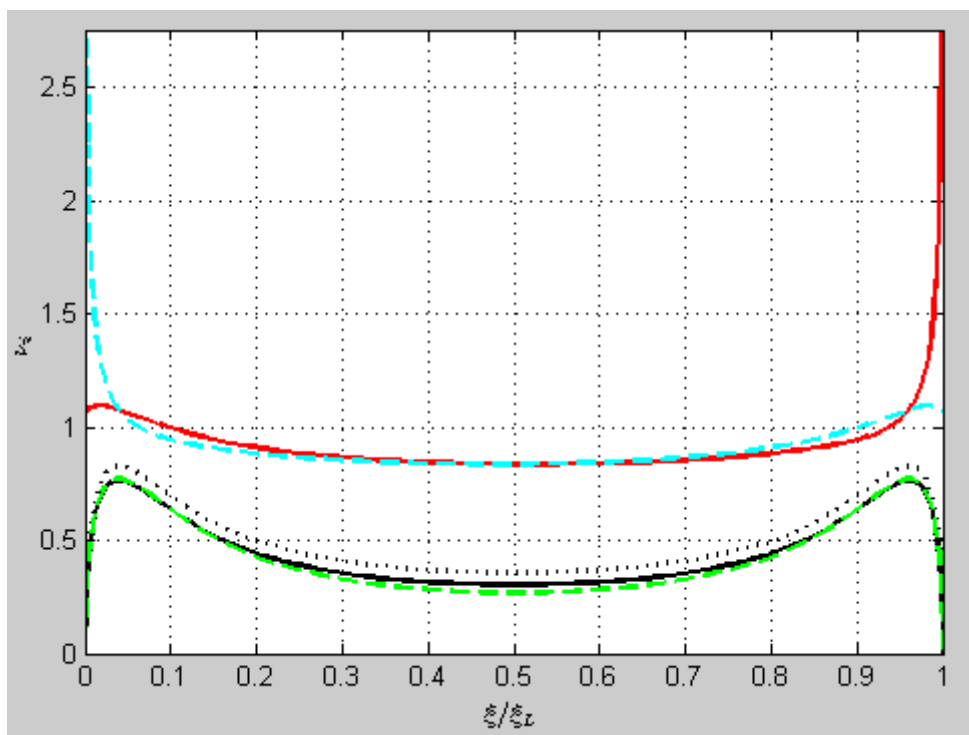


Ilustración 5-33: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.02$; $dw=0.125$

Además la incidencia del flujo axial es significativamente menor que en las simulaciones de $invkw=0.01$ (Ilustraciones 5.26-5.30). Hay que esperar a $dw=0.5$ para que cobre mayor importancia el flujo axial (Ilustración 5.34):

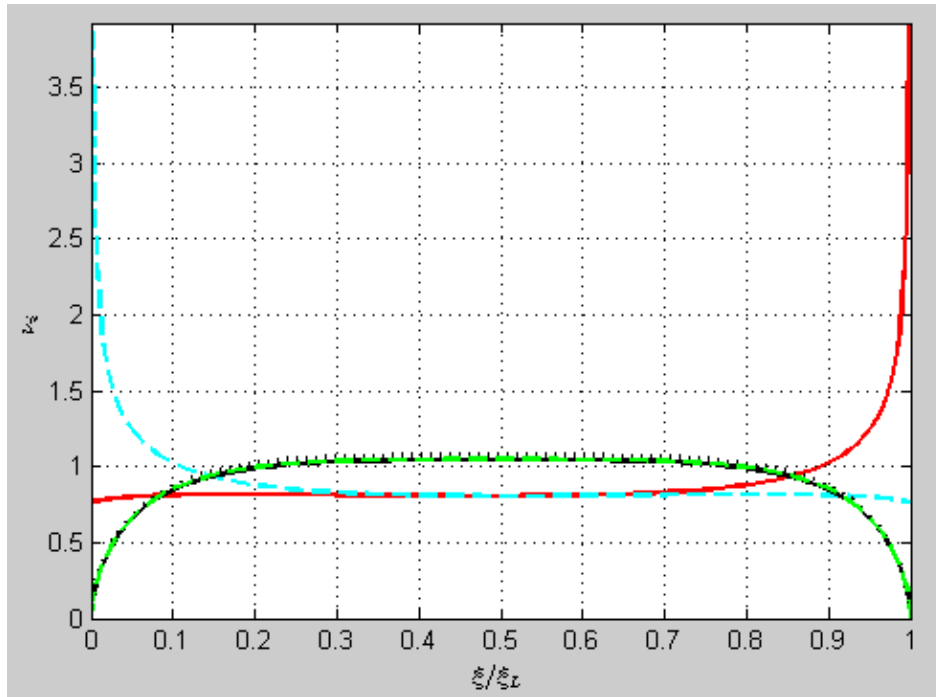


Ilustración 5-34: Flujos de calor transversal y axial en la pared invkw=0.02; dw=0.5

Tras éstos análisis podemos afirmar con exactitud la hipótesis de que el flujo axial aumenta su importancia relativa con el aumento de la conductividad térmica y que los máximos de la misma se acercan al centro a medida que aumenta el espesor de la pared.

Estudiando las eficiencias:

dw	ϵ
0,125	0,2311
0,25	0,2287
0,5	0,2237
1	0,2176
2	0,2141
4	0,213

Tabla 5-5



Ilustración 5-35: Relación ϵ -dw para $invkw=0.02$

Aunque la pendiente es alta (Ilustración 5.35), se puede observar que es ligeramente inferior que la de $invkw=0.01$ (Ilustración 5.23). Por lo que la suposición de que la eficiencia disminuye más bruscamente a la hora de aumentar el espesor al menos en los rangos de $invkw(0.01-0.1)$ y $dw(0-0.2)$ parece confirmada.

5.2.4. Barrido de espesor de la pared con $m=2$ e $invkw=0,1$.

Hasta ahora se ha operado con un intercambiador perfectamente simétrico, es decir, los valores de m y k eran uno. Esto suponía que ambos fluidos tenían la misma conductividad y el mismo flujo másico. Dichas circunstancias explican que todas las gráficas sean simétricas y exista la misma diferencia de temperaturas entre los líquidos caliente y frío a la entrada y la salida del intercambiador.

Como éstas circunstancias rara vez ocurren en la realidad, se ha decidido simular un caso particular con distinto flujo másico. Por desgracia, la carga computacional de estos casos excedía en tiempo lo esperado y además el programa daba error. Para subsanarlo fué preciso variar los índices de relajación (factores que multiplican el resultado de cada iteración para disminuir sustancialmente el tiempo de convergencia) aumentando significativamente el tiempo que tardaba en converger cada caso. Desgraciadamente no se pudieron realizar simulaciones por encima de $m=2$ (ni modificando los índices de relajación), por lo que aunque el intercambiador deja de ser simétrico en ocasiones es difícil de apreciarlo:

xiL	0.125
m	2
k	1
Invkw	0,1
Pe	50
matrix	50x25x50
dw	{0, 0.25,0.5,1,2,4}

Tabla 5-6

El análisis de las temperaturas de pared carece de relevancia pues los resultados son casi idénticos a los obtenidos en el primer estudio con la misma conductividad. Pasamos a analizar brevemente la distribución de temperaturas de los fluidos:

Ya en el caso de $dw=0$:

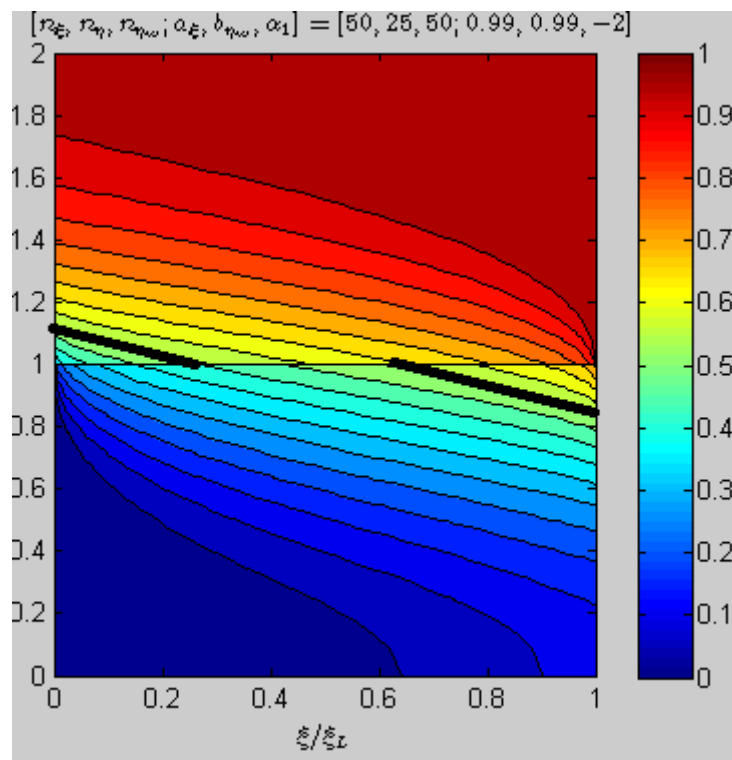


Ilustración 5-36: Distribución de temperaturas de fluidos $invkw=0.1$; $dw=0$; $m=2$

No solo las isothermas están alejadas (más incluso que en el estudio simétrico de igual conductividad) (Ilustración 5.36) sino que se puede observar una variación en las distribuciones de temperaturas: Mientras que el fluido caliente tiene una menor variedad de colores en la paleta de temperaturas, su isoterma más caliente acaba en el margen izquierdo (salida); mientras que la isoterma más fría acaba en el margen inferior (como lleva ocurriendo hasta ahora). Una mayor horizontalidad de las

isotermas conlleva un menor gradiente de temperaturas a lo ancho del intercambiador como se observará en el gráfico de eficiencia. Ésta tónica se repite en todas las iteraciones por lo que no se muestran más.

Analizando las eficiencias:

En el caso $dw=0$

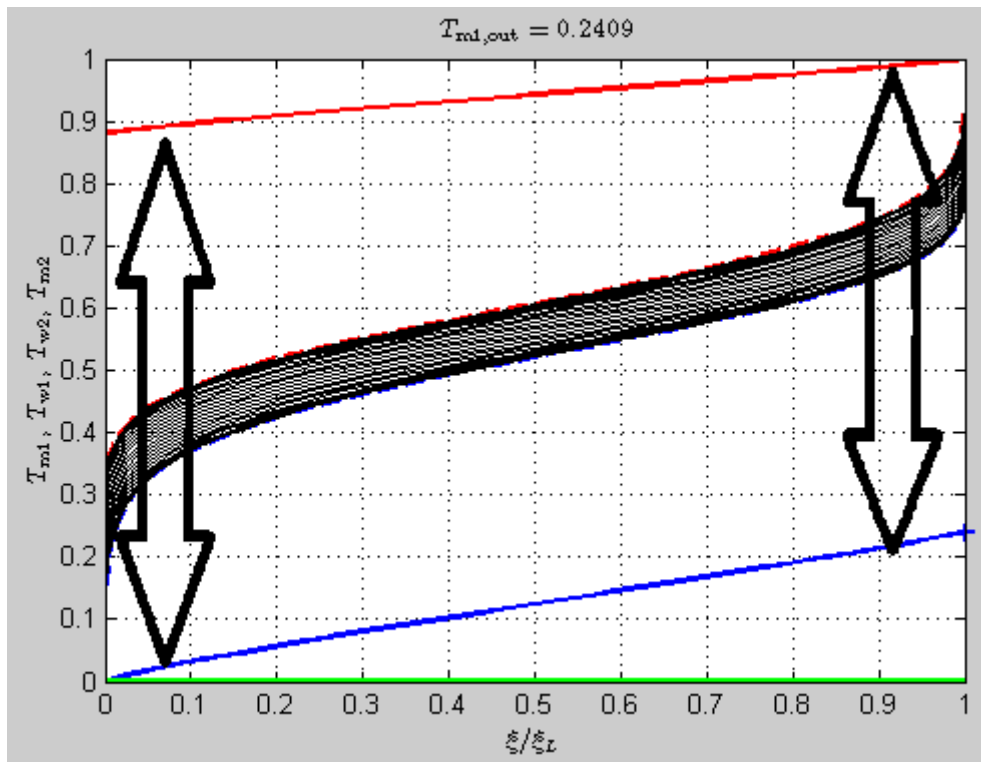


Ilustración 5-37: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared $invkw=0.01$; $dw=0$; $m=2$. Mostrando las diferencias de temperatura a la entrada y salida del intercambiador.

Se puede observar (Ilustración 5.37) cómo se adelantó previamente, que la diferencia de temperaturas a la entrada y salida difiere. Se debe a que, al haber más caudal másico de fluido caliente; gracias a su calor específico (C_p) se requiere una mayor cantidad de energía para variar su temperatura, mientras el fluido frío recibe más calor por lo que aumenta su temperatura de salida. Ésta es la razón por la que rara vez los intercambiadores son simétricos.

Éste patrón se repite en todos los casos de iteración, en el de $dw=4$:

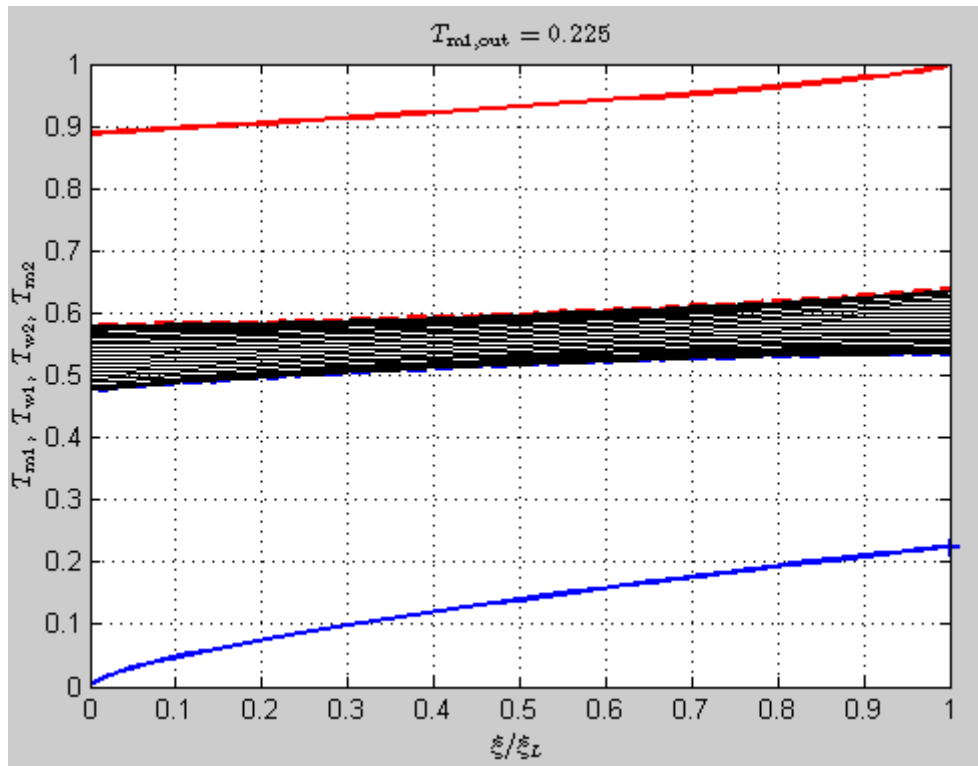


Ilustración 5-38: Distribución de temperatura media de los fluidos y la pared
 $invkw=0.01$; $dw=4$

Aunque con menor eficiencia, se puede observar (Ilustración 5.38) el mismo fenómeno.

Como era de esperar, la eficiencia aumenta respecto al caso de $m=1$ (Tabla 5.2) pues se transfiere más calor al fluido frío y en consecuencia éste sale más caliente. No obstante los valores de eficiencia siguen siendo bajos pues el intercambiador es corto.

Kw	ϵ
0	0,2409
0,25	0,2399
0,5	0,2381
1	0,2342
2	0,2287
4	0,225

Tabla 5-7

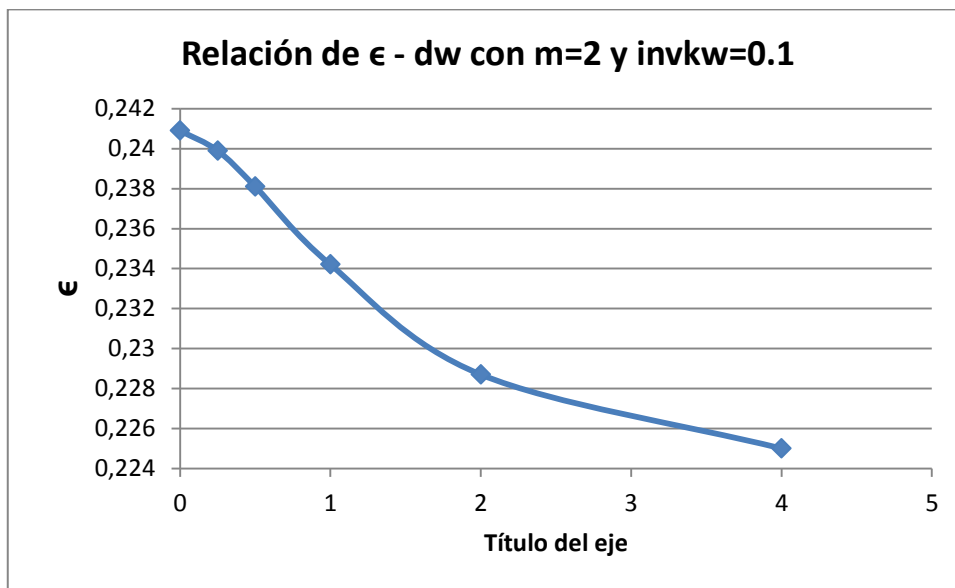


Ilustración 5-39: Relación de ϵ -dw con $m=2$ e $invkw=0.1$

Comparándolo con su homólogo de $m=1$:

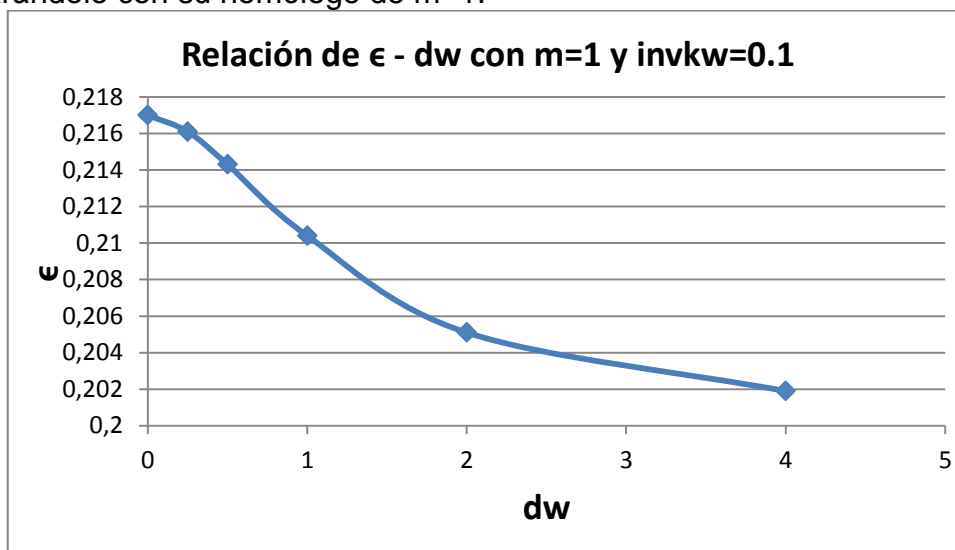


Ilustración 5-40: que coincide con Ilustración 5-11

La gráfica es aparentemente idéntica en su forma y obviamente no los resultados (Ilustraciones 5.39 y 5.11), por lo que podemos deducir que el aumento de caudal másico de cualquiera de los líquidos no influye en la variación de eficiencia del intercambiador conforme al espesor de pared.

Y viendo algunas de las simulaciones a distintos espesores:

$-dw=0$

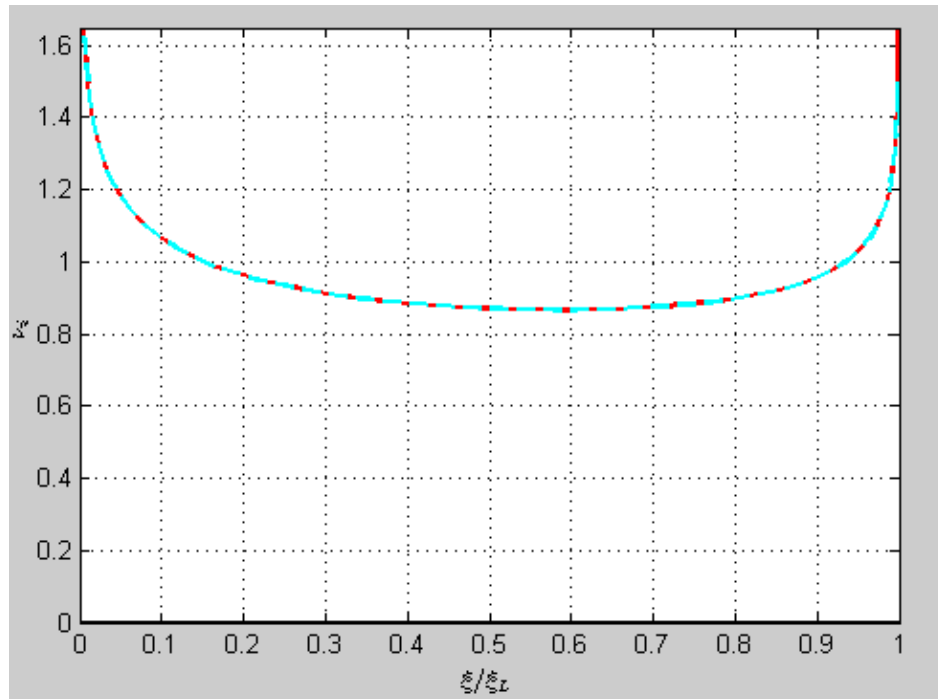


Ilustración 5-41: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0$; $m=2$

$-dw=0.25$

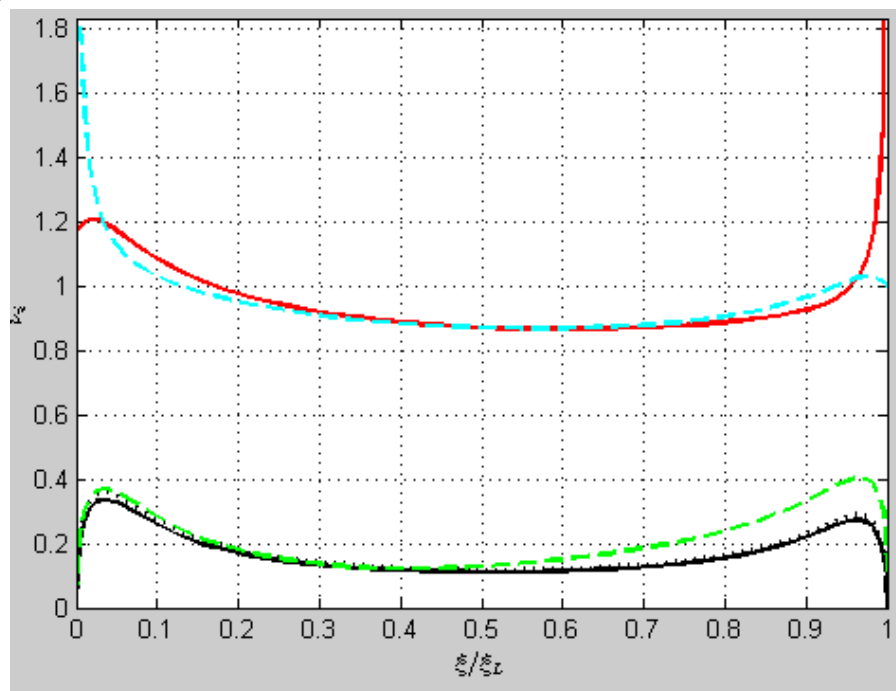


Ilustración 5-42: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.25$; $m=2$

-dw=0.5

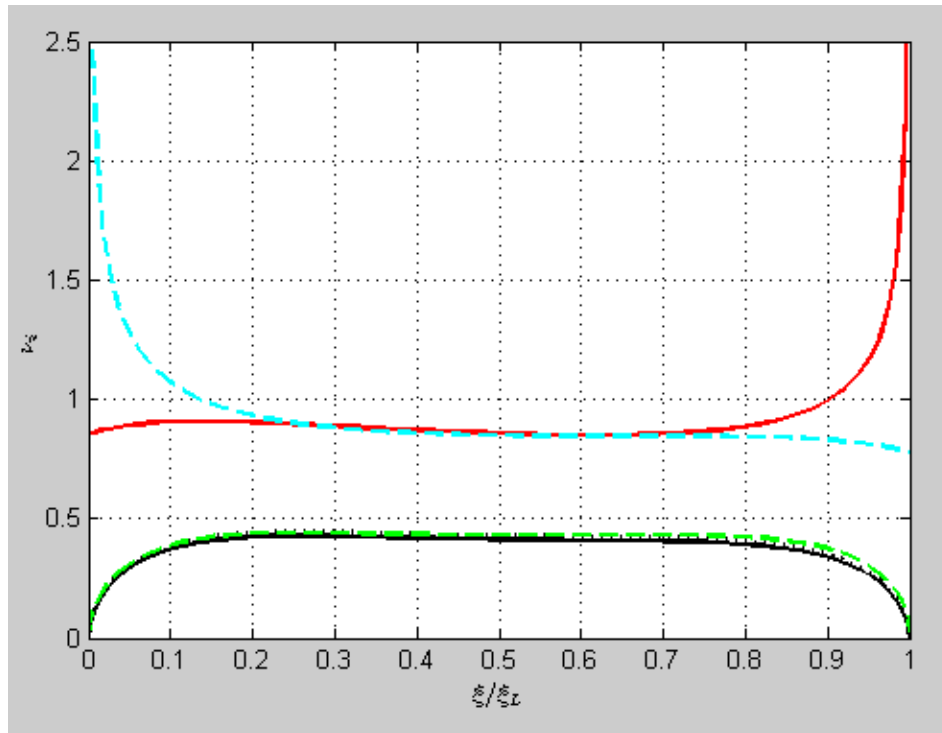


Ilustración 5-43: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=0.5$; $m=2$

-dw=4

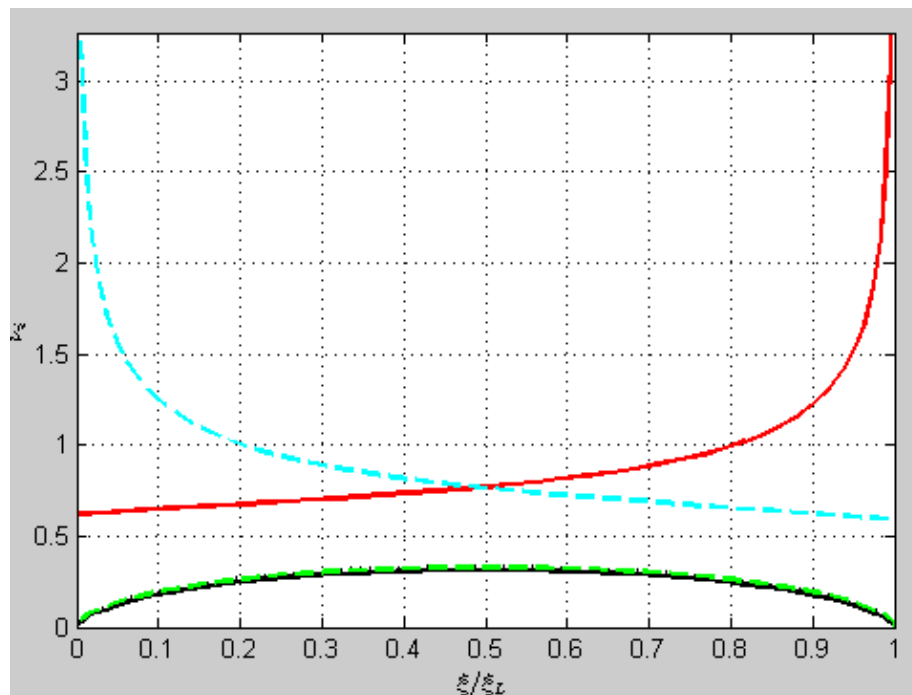


Ilustración 5-44: Flujos de calor transversal y axial en la pared $invkw=0.01$; $dw=4$; $m=2$

Podemos ver como se ha roto levemente la simetría sobre todo en los casos de pared más estrecha (Ilustraciones 5.41-5.43), ya que parece que en los casos de pared ancha al absorber más calor el flujo tiende a hacerse más simétrico. En nuestras iteraciones el flujo tiene más peso cerca del margen izquierdo porque es donde mayor diferencia de temperaturas hay entre los fluidos y por tanto es lógico que el flujo sea mayor. Esto ocurre tanto con el flujo transversal como con el flujo axial. Además llama la atención la el alejamiento de la línea verde discontinua, pero como aclaramos anteriormente no es tan exacta mientras que la negra continua y a puntos tienen un mayor grado de exactitud.

Por lo demás, esto no rompe con el modelo descrito anteriormente acerca del desarrollo de los flujos de calor con el incremento de espesor y podemos asumir que la variación de m o k no le afectan.

5.2.5. Barrido de conductividades de la pared con $dw=2$ y espesor constante.

Ya se han realizado suficientes estudios en torno a la variación del ancho de pared con la eficiencia. En esta ocasión se centrará el estudio en la variación de la conductividad dejando el resto de parámetros constantes. Además aprovecho los resultados de otras simulaciones para tener más resultados. El caso elegido de estudio es el siguiente:

xiL	0.125
m	1
k	1
$Invkw$	{0.1, 0.01 0.003, 0.0003, 0.00003}
Pe	50
matrix	50x25x50
dw	2

Tabla 5-8

En éste caso sólo interesa el estudio de la eficiencia pues el resto de aspectos a analizar ya están más que claros. Los resultados obtenidos son los siguientes:

kw	ϵ
30000	0,217
3000	0,2169
300,00003	0,2167
100	0,216

Tabla 5-9

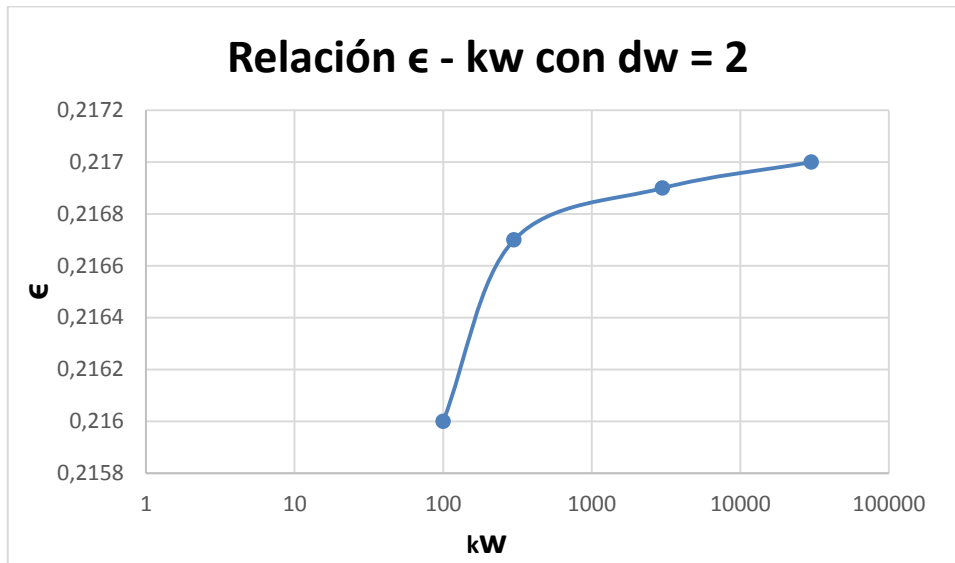


Ilustración 5-45: Relación ϵ -kw con $dw=2$

Los resultados (Tabla 5.9 y Ilustración 5.45) muestran claramente que al aumentar la conductividad térmica, la eficiencia del intercambiador hace lo propio.

5.2.6. Barrido de conductividades de la pared con $x_{iL}=1$ y espesor constante.

Los resultados del apartado anterior concuerdan con la lógica, es decir, cuanto más alta es la conductividad de la pared más calor se transfiere y más eficiente es el intercambiador. Sin embargo esto no es lo que se buscaba en las simulaciones.

Según lo explicado en la literatura como [12] (donde se nombra el caso pero se entra más a proponer un modelo teórico) pero sobre todo en [13] se expone de una forma más clara, esto no tiene por qué ser siempre así.

La gran ventaja de los intercambiadores de flujo en contracorriente respecto a los intercambiadores de flujo concurrentes es que la eficiencia no está limitada por una eficiencia que no se pueda superar por mucho que se alargue el intercambiador.

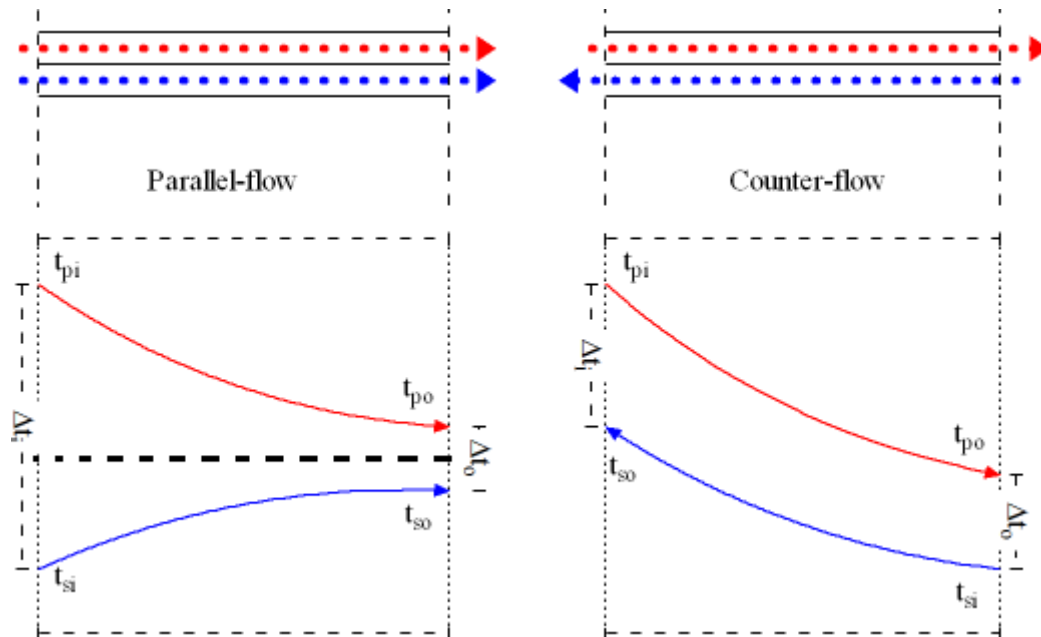


Ilustración 5-46: Esquema de flujo paralelo y flujo en contra corriente.

Como indica la línea central discontinua (Ilustración 5.46), esa temperatura no la podrán sobrepasar los fluidos por muy largo que sea el intercambiador. En términos matemáticos es una asíntota. Mientras que en el intercambiador en contra corriente no encontramos este problema.

El segundo artículo citado defiende lo que resume muy bien los siguientes diagramas de intercambiadores de flujo en contracorriente:

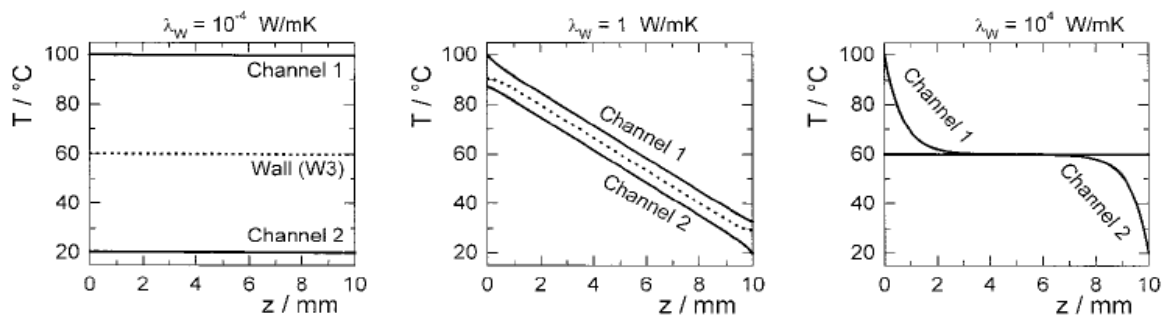


Ilustración 5-47 [13] Distribuciones de temperatura en función de la conductividad de la pared del micro-intercambiador

El primer diagrama (Ilustración 5.47) muestra un caso en el que la conductividad térmica de la pared es nula, tiende a cero. Como consecuencia no se produce transferencia de calor entre los fluidos y ninguno de ellos varía su temperatura.

El segundo diagrama (Ilustración 5.47) obedece a un intercambiador convencional de flujo en contracorriente con una conductividad térmica moderada. Se ve claramente como la pared adquiere una temperatura intermedia a la de los fluidos y se caracteriza por tener una alta eficiencia.

Lo curioso del artículo llega con el tercer diagrama (Ilustración 5.47). En el tercer diagrama nos encontramos con una conductividad térmica de la pared muy alta. Por éste motivo hay una alta transferencia de calor axial entre las secciones de entrada de los fluidos, lo que provoca que éstos adquieran rápidamente una temperatura intermedia muy similar a la de la pared. Como consecuencia rápidamente se pierde transferencia de calor pues los fluidos están casi a la misma temperatura y se pierde eficiencia respecto con el intercambiador de conductividad moderada. Es decir, el funcionamiento de dichos intercambiadores en contra corriente es similar al de un intercambiador de flujo concurrente.

El artículo demuestra que para los micro intercambiadores de calor existe un valor óptimo de conductividad térmica:

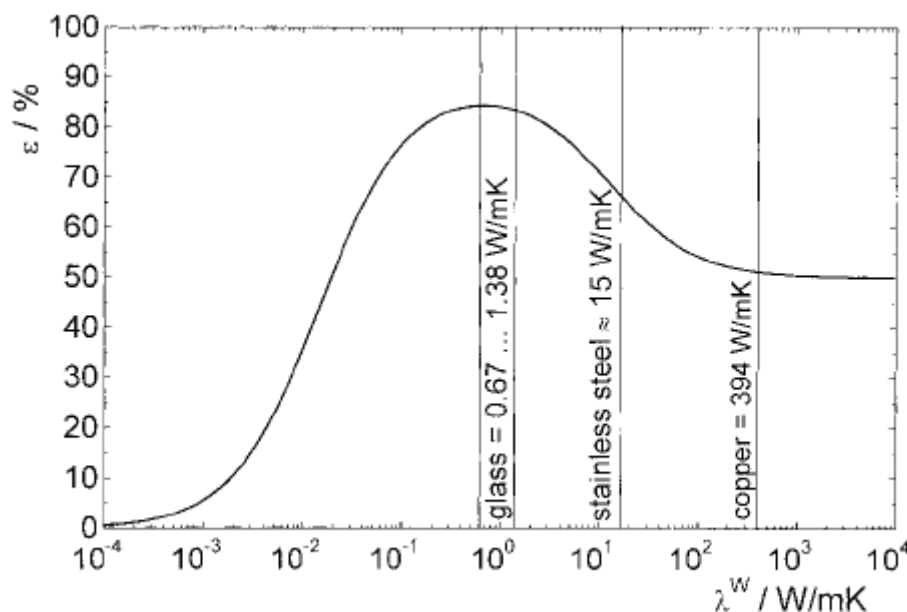


Ilustración 5-48 [13] Distribución de efectividades de un micro-intercambiador de calor para distintas conductividades de pared.

En éste caso (Ilustración 5.48) resulta que para un micro intercambiador dado, es más eficiente colocar una pared de cristal que de acero.

Si esto es así, para explicar por qué en la anterior simulación no sucedía este hecho al utilizar altos valores de k_w , la respuesta es que para esos parámetros de k_w se necesita un intercambiador con una eficiencia más alta, pues en el gráfico de arriba, nos encontramos en la zona inicial que sube la pendiente antes de llegar al máximo.

Por ello, para tratar de simular este fenómeno es necesario aumentar la longitud del intercambiador (ξ_L) a 1. Esto conlleva un alto coste computacional en el que cada caso de iteración duró en torno a un día.

ξ_L	1
m	1
k	1
Invkw	$\{0.3, 0.1, 0.03, 0.01, 0.003, 0.001\}$,
Pe	50
matrix	50x25x50
dw	0.5

Tabla 5-10

Con estos datos obtenemos las siguientes eficiencias (el resto de parámetros no presentan ninguna novedad con lo ya expuesto).

Kw	ϵ
3	0,6126
10	0,6579
30,00003	0,6703
100	0,669
300,0003	0,6551
1000	0,6184

Tabla 5-11

Cuya gráfica es:

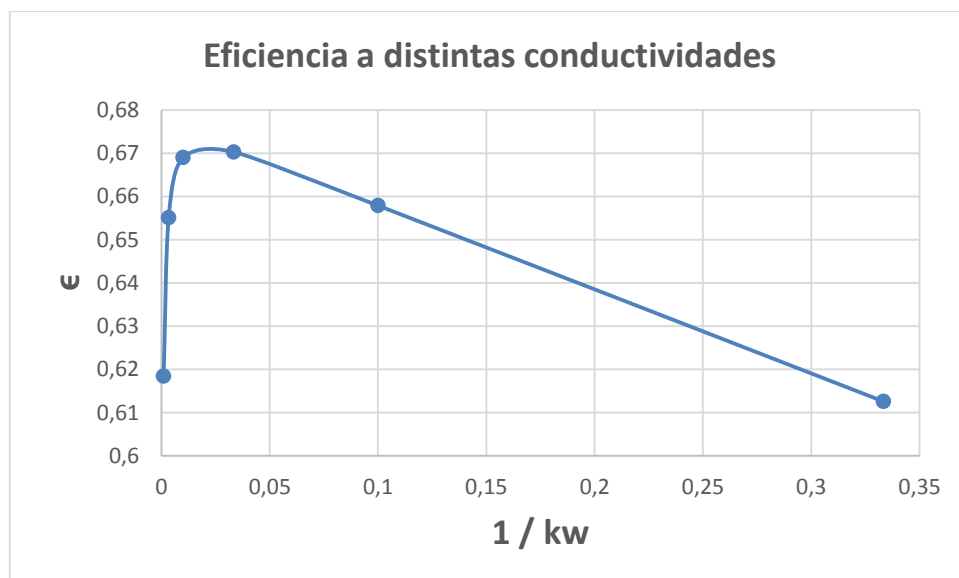


Ilustración 5-49: Relación ϵ - $1/kw$ para $dw=0.5$; $\xi_L=1$

Y en escala logarítmica:

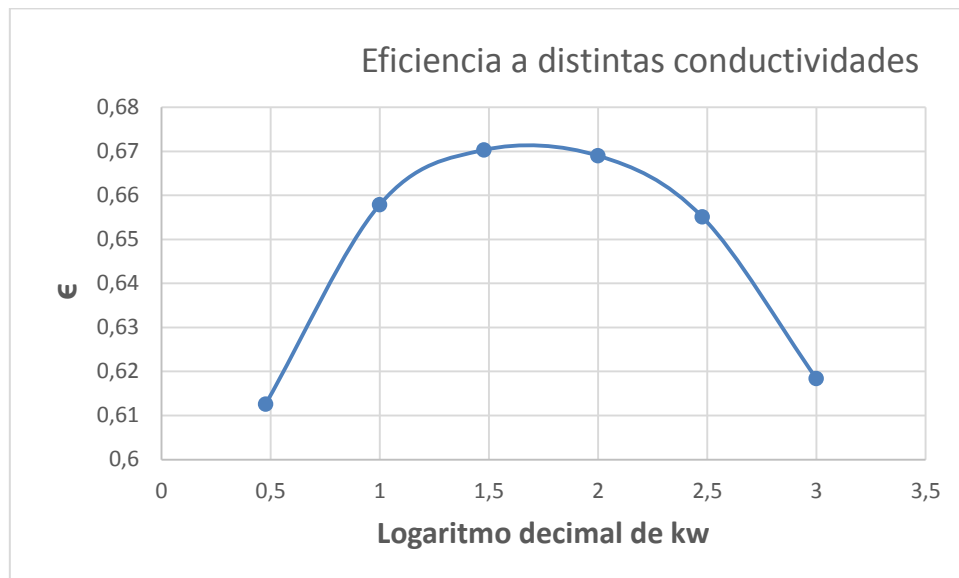


Ilustración 5-50: Relación ϵ -log kw ; $dw=0.5$; $\xi_L=1$

Con lo que queda demostrada la hipótesis de que hay una conductividad óptima de pared para cada intercambiador de calor.

6. CONCLUSIONES.

Durante éste proyecto, y siempre con el apoyo de los resultados numéricos proporcionados por el programa MATLAB (facilitado por mi tutor); se pueden obtener las siguientes conclusiones.

Tras hacer el análisis teórico y plantear las ecuaciones, se obtiene el siguiente resumen de los resultados relativos a la eficiencia de las distintas simulaciones:

Condición	Efecto observado
dw creciente (kw 10)	ϵ decreciente
dw creciente (kw 100)	ϵ decreciente, mayor que con kw 10 pero desciende con más pendiente.
Mayor densidad de malla	Resultados ligeramente más precisos, error relativo demasiado bajo para tenerlo en cuenta.
Parámetro m superior (m=2) con dw creciente	ϵ decreciente y mayor que para m=1, pérdida en la simetría del intercambiador.
kw creciente con ξ_L bajo	ϵ creciente
kw creciente con ξ_L alto	ϵ superior al caso anterior. Encontramos un ϵ máximo para un determinado kw

Especialmente interesantes son los resultados del último caso de estudio, el de la eficiencia del intercambiador de longitud elevada para distintas conductividades.

El análisis es interesante ya que no concuerda con la tradicional presunción en transferencia de calor de que una mayor conductividad térmica aumenta siempre la eficiencia de un dispositivo térmico.

Como ha demostrado el artículo [13], y ha sido confirmado por la simulación; es un escenario que puede darse y por lo tanto elegir cuidadosamente el material de pared de un micro-intercambiador de calor en vez de elegir el material más conductor por defecto puede resultar en una opción acertada.

Además se ha podido profundizar en el comportamiento de los flujos de calor tanto transversales como axiales en los micro-intercambiadores de calor.

Haciendo un análisis global de las soluciones obtenidas, se puede sacar la siguiente conclusión.

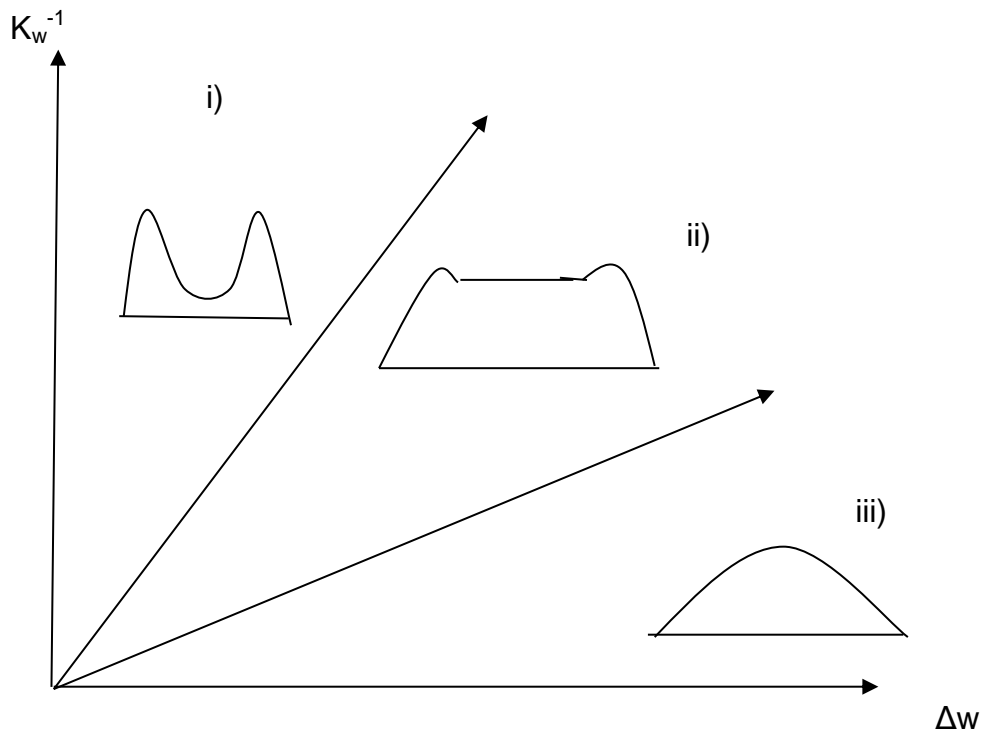


Ilustración 6-1: Formas del flujo axial de calor según sus parámetros K_w^{-1} y Δw

Como se observa en el esquema (ilustración 6.1), los resultados se pueden dividir en tres zonas según la importancia del flujo axial de calor. Existe una primera zona i). En ella tiene poco impacto la transferencia axial de calor donde encuentra máximos en los extremos. A continuación hay una zona de transición ii) donde los flujos axial y transversal son paralelos en la zona central y tienen aproximadamente la misma importancia. Hubiera sido interesante haber hecho la simulación que planteamos en la ilustración 5.1 de variar los espesores de pared dejando fijas las conductividades térmicas de la misma. En tal caso hubieran estado todas las simulaciones en el caso dentro de la zona ii). Por último existe una tercera zona iii) en la que la transferencia axial es predominante y el flujo adquiere una forma parabólica.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Maranzana, G., Perry, I., & Maillet, D. (2004). Mini-and micro-channels: influence of axial conduction in the walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(17), 3993-4004.
- [2] Harris, C., Despa, M., & Kelly, K. (2000). Design and fabrication of a cross flow micro heat exchanger. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 9(4), 502-508.
- [4] Chein, R., & Huang, G. (2004). Thermoelectric cooler application in electronic cooling. *Applied Thermal Engineering*, 24(14), 2207-2217.
- [5] Henning, T., Brandner, J. J., & Schubert, K. (2004). Characterisation of electrically powered micro-heat exchangers. *Chemical Engineering Journal*, 101(1), 339-345.
- [6] García-Cascales, J. R., Vera-García, F., González-Macia, J., Corberan-Salvador, J. M., Johnson, M. W., & Kohler, G. T. (2010). Compact heat exchangers modeling: condensation. *International journal of refrigeration*, 33(1), 135-147.
- [7] http://delphi.com/manufacturers/residential-and-commercial-hvac-and-refrigeration/mich_cnd/michcon/
- [8] Rivero de Aguilar Pérez-Gabilondo, B. (2012). Estudio numérico del efecto de la resistencia térmica de la pared en intercambiadores de calor de placas planas con flujo laminar en contracorriente. Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. <http://hdl.handle.net/10016/16272>
- [9] On the role of Wall axial conduction in mini/micro-counterflow heat exchangers: Alberto E. Quintero, Marcos Vera. Aún sin publicar, facilitado por mi profesor para el proyecto.
- [10] Vera, M., & Liñán, A. (2010). Laminar counterflow parallel-plate heat exchangers: exact and approximate solutions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(21), 4885-4898.
- [11] Quintero, A. E., Vera, M., & Rivero-de-Aguilar, B. (2014). Wall conduction effects in laminar counterflow parallel-plate heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 70, 939-953.
- [12] Yang, Y., Morini, G. L., & Brandner, J. J. (2014). Experimental analysis of the influence of wall axial conduction on gas-to-gas micro heat exchanger effectiveness. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 69, 17-25.

[13] Stief, T., Langer, O. U., & Schubert, K. (1999). Numerical investigations of optimal heat conductivity in micro heat exchangers. *Chemical engineering & technology*, 22(4), 297-303.

8. A.- Anexos

A.1. Anexo 1. Listado de muestra del programa de Matlab empleado:

```
% %Parámetros que determinan si se representan o no las gráficas

plotmalla          = 0;
plotsolution       = 0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Cargamos una solución inicial ya convergida para seguir iterando y hacer el
%proceso mas corto

if load_temp_solution == 1

    % Cargando resultados parciales para seguir iterando
    disp(['Loading data from file ',file_temp_solution,' ...'])
    eval(['load ',file_temp_solution,' xi1 y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nul
nuw nu2 xiL m k invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta
CFL1 CFL2 CFLw'])

    n1 = strfind(file_temp_solution,'_'); n1 = n1(length(n1))+1;
    n2 = strfind(file_temp_solution,'. '); n2 = n2(length(n2))-1;
    j = str2num(file_temp_solution(n1:n2)) + 1;
    if ~exist('j'), j = 1; end

    disp(['Done!'])

    T2(1,:)=zeros(size(T2(1,:)))
    T1(n_chi+1,:)=ones(size(T1(n_chi+1,:)))

else

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
% Utilizamos los datos contenidos en data_vector
%
%
% Parametros fisicos: xiL, m, k, inv_kw, Pe, dw
%
% Parametros de la discretizacion espacial: n_chi, n_eta, n_etaw
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
%          xiL  m      k  invkw  Pe   dw  n_chi  n_eta  n_etaw ];
%
% data_vector = [1      1.05  1  0      100  0.1      128    128    128
]; %
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%

xiL      = data_vector(1);
m        = data_vector(2);
k        = data_vector(3);
invkw    = data_vector(4);
Pe       = data_vector(5);
dw       = data_vector(6);

n_chi    = data_vector(7);
n_eta    = data_vector(8);
n_etaw   = data_vector(9);

alpha1   = -2;      % alpha1,2 = [0..inf]
alpha2   = alpha1; %

a_xi     = 0.99;    % a_xi      = [0..1]
b_eta    = 0.99;    % a_xi      = [0..1]

j = 1;

end

CFL2 = 0.1;
CFLw = 0.3;
CFL1 = 0.1;

% Nombre del fichero de salida

filename =
['xiL',num2str(xiL),'_m',num2str(m),'_k',num2str(k),'_invkw',num2str(invkw)
,'_Pe',num2str(Pe),'_dw',num2str(dw),'_',num2str(n_chi),'x',num2str(n_eta),
'x',num2str(n_etaw),'_mat'];
disp([filename])

% Parametros derivados

kw          = 1/invkw;
lambdaw1   = (alpha1*exp(alpha1))/(exp(alpha1) - 1) * (kw/(1-
b_eta));
lambdaw2   = (alpha2*exp(alpha2))/(exp(alpha2) - 1) * (kw/(1-
b_eta)) / k;

% Definicion de la malla en el espacio numerico (chi,eta)

d_chi      = 1/n_chi;
d_eta      = 1/n_eta;
d_etaw     = 1/n_etaw;

[chi,eta]   = meshgrid([0:1/n_chi:1],[0:1/n_eta:1]);
chi         = chi';
eta         = eta';

```



```
[chiw,etaw] = meshgrid([0:1/n_chi:1],[0:1/n_etaw:1]);
chiw = chiw';
etaw = etaw';

% Calculo de la metrica y transformacion de la malla al espacio fisico
(xi,y)

[xi1,y1,F1,G1] = metrica(chi ,eta ,a_xi,alpha1,xiL);
[xi2,y2,F2,G2] = metrica(chi ,eta ,a_xi,alpha2,xiL);
[xiw,yw,Gw,Hw,GGw,HHw] = metrica_w(chiw,etaw,a_xi,b_eta ,xiL);

% Cálculo de los espaciados en xi de las dos primeras y ultimas celdas de
% la malla
%
% Sanmiguel-Rojas, E., Ortega-Casanova, J., Pino, C. D., & Fernandez-Feria,
R. (2005)
% A Cartesian grid finite-difference method for 2D incompressible viscous
flows in irregular geometries
% Journal of Computational Physics, 204(1), 302-318.

h_n_chi = xi1(n_chi+1,1)- xi1(n_chi ,1);
h_n_chi_m_1 = xi1(n_chi+1,1)- xi1(n_chi-1,1);

p_right = h_n_chi / (h_n_chi_m_1*(h_n_chi-h_n_chi_m_1));
m_right = -h_n_chi_m_1/(h_n_chi * (h_n_chi-h_n_chi_m_1));
s_right = -(m_right+p_right);

h_2 = xi1( 2,1)- xi1( 1,1);
h_3 = xi1( 3,1)- xi1( 1,1);

p_left = h_2/(h_3*(h_2-h_3));
n_left = -h_3/(h_2*(h_2-h_3));
s_left = -( n_left+ p_left);

% Definición del paso temporal utilizando local-time-stepping

dt1_max = (1/2)*(d_eta./sqrt(F1)).^2;
dt2_max = (1/2)*(d_eta./sqrt(F2)).^2;
dtw_max = (1/2)*(min(d_chi./(Gw*dw/Pe),d_etaw./Hw)).^2;
%MIRAR ESTO

% Titulo de las figuras

titulo1 =
['$\xi_L,m,k,1/k_w,Pe,\Delta_w$=',num2str(xiL),' ',num2str(m),' ',num2str
(k),' ',num2str(invkw),' ',num2str(Pe),' ',num2str(dw),'$'];
titulo2 =
['$[n_{\xi},n_{\eta},n_{\eta_w};a_{\xi},b_{\eta_w},\alpha_1$=',num2str(n_c
hi),' ',num2str(n_eta),' ',num2str(n_etaw),' ',num2str(a_xi),' ',num2str(b_
eta),' ',num2str(alpha1),'$'];

if plotmalla

figure(1)
```

```
subplot(221)
plot(chiw,etaw, '.k', 'markersize', 3)
axis equal
axis([0 1 0 1])
hold on
xlabel('$\chi_w$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
ylabel('$\eta_w$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
drawnow

subplot(223)
plot(chi, eta, '.k', 'markersize', 3)
axis equal
axis([0 1 0 1])
hold on
xlabel('$\chi$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
ylabel('$\eta$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
drawnow

subplot(224)
plot(xi1/xiL, y1, '.k', 'markersize', 3)
axis equal
axis([0 1 0 1])
hold on
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
ylabel('$y_1$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
drawnow

subplot(222)
plot(xiw/xiL, yw, '.k', 'markersize', 3)
axis equal
axis([0 1 -1/2 1/2])
hold on
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
ylabel('$y_w$', 'interpreter', 'latex', 'fontsize', 16)
drawnow

end

% Inicializacion de las variables

if ~load_temp_solution

    disp(['Initializing variables ...'])

    % T2 = ones(size(chi));
    % Tw = ones(size(chiw))/2;
    % T1 = zeros(size(chi));

    T2 = 1-ones(size(chi)).*y2/2;
    Tw = ones(size(chiw))/2;
    T1 = ones(size(chi)).*y1/2;

    disp(['Done!'])

end
```

```

Tw2      = ones(size(T2(:,1)))/2;
Tw1      = ones(size(T1(:,1)))/2;

dT2_dchi = zeros(size(chi));
dTw_dchi = zeros(size(chiw));
dT1_dchi = zeros(size(chi));

d2Tw_dchi2 = zeros(size(chiw));

dT2_deta = zeros(size(chi));
dTw_deta = zeros(size(chiw));
dT1_deta = zeros(size(chi));

d2T2_deta2 = zeros(size(chi));
d2Tw_deta2 = zeros(size(chiw));
d2T1_deta2 = zeros(size(chi));

dT2_dt = zeros(size(chi));
dTw_dt = zeros(size(chiw));
dT1_dt = zeros(size(chi));

error    = 1;

while ((error > 1e-8) & (error < 1e10))

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % ecuaciones de evolución %
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    % calculo de dTi_dchi (diferencias descentradas 2º orden - upwind
    % scheme, salvo en las entradas, que usamos 1er orden, y en la pared,
    % que usamos diferencias centradas)

    dT2_dchi(1:n_chi-1,:) = (- 3 * T2(1:n_chi-1,:) + 4 * T2(2:n_chi, : ) -
T2(3:n_chi+1,:)) / (2*d_chi);
    % dT2_dchi( n_chi ,:) = (- 3 * T2( n_chi ,:) + 3 * T2(n_chi+1, : )
    ) / (2*d_chi); % REVISAR
    dT2_dchi( n_chi ,:) = (-      T2( n_chi ,:) +      T2(n_chi+1, : )
    ) / ( d_chi);
    dTw_dchi(2:n_chi ,:) = (      Tw(3:n_chi+1,:)
Tw(1:n_chi-1,:)) / (2*d_chi);
    % dT1_dchi(2 ,:) = ( 3 * T1(2 ,:) - 3 * T1(1 , : )
    ) / (2*d_chi); % REVISAR
    dT1_dchi(2 ,:) = (      T1(2 ,:) -      T1(1 , : )
    ) / ( d_chi);
    dT1_dchi(3:n_chi+1,:) = ( 3 * T1(3:n_chi+1,:) - 4 * T1(2:n_chi, : ) +
T1(1:n_chi-1,:)) / (2*d_chi);

    % calculo de dTi_deta (diferencias centradas 2º orden)

    dT2_deta(:,2:n_eta ) = (T2(:,3:n_eta +1) - T2(:,1:n_eta -1)) / (2*d_eta
);
    dTw_deta(:,2:n_etaw) = (Tw(:,3:n_etaw+1) - Tw(:,1:n_etaw-1)) /
(2*d_etaw);
    dT1_deta(:,2:n_eta ) = (T1(:,3:n_eta +1) - T1(:,1:n_eta -1)) / (2*d_eta
);

```

```
% calculo de d2Tw_dchi (diferencias centradas 2° orden)

d2Tw_dchi2(2:n_chi, :) = (Tw(1:n_chi-1, :) - 2 * Tw(2:n_chi, :) +
Tw(3:n_chi+1, :)) / d_chi^2;

% calculo de d2Ti_deta2 (diferencias centradas 2° orden)

d2T2_deta2(:,2:n_eta) = (T2(:,1:n_eta-1) - 2 * T2(:,2:n_eta) +
T2(:,3:n_eta+1)) / d_eta^2;
d2Tw_deta2(:,2:n_etaw) = (Tw(:,1:n_etaw-1) - 2 * Tw(:,2:n_etaw) +
Tw(:,3:n_etaw+1)) / d_etaw^2;
d2T1_deta2(:,2:n_eta) = (T1(:,1:n_eta-1) - 2 * T1(:,2:n_eta) +
T1(:,3:n_eta+1)) / d_eta^2;

% calculo de los residuos y avance en el tiempo

dT2_dt = F2 .* (d2T2_deta2 - alpha2 * dT2_deta) + m * 0.75 .* (1 -
y2.^2) .* G2 .* dT2_dchi;
dTw_dt = (dw/Pe)^2 * (Gw.^2 .* d2Tw_dchi2 - xiL * Gw.^3 .* GGw .*
dTw_dchi) + (Hw.^2 .* d2Tw_deta2 - Hw.^3 .* HHw .* dTw_deta);
dT1_dt = F1 .* (d2T1_deta2 - alpha1 * dT1_deta) - 0.75 .* (1 -
y1.^2) .* G1 .* dT1_dchi;

dT2_dt(1,:) = 0.01*dT2_dt(1,:);
dT1_dt(n_chi+1,:) = 0.01*dT1_dt(n_chi+1,:);

T2 = T2 + CFL2 .* dt2_max .* dT2_dt;
Tw = Tw + CFLw .* dtw_max .* dTw_dt;
T1 = T1 + CFL1 .* dt1_max .* dT1_dt;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% condiciones de contorno
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% xi = 0 (entrada 1, salida 2, pared adiabática)

%T2(1,:) = T2(2,:) - d_chi * dT2_dchi(2,:); % REVISAR
Tw(1,:) = -(n_left * Tw(2,:) + p_left * Tw(3,:)) / s_left; % 2nd order
in non-uniform grid
%Tw(1,:) = (4 * Tw(2, :) - Tw(3, :)) / 3; % 2nd order
in uniform grid
T1(1,:) = 0;

% xi = xiL (salida 1, entrada 2, pared adiabática)

T2(n_chi+1,:) = 1;
Tw(n_chi+1,:) = -(m_right * Tw(n_chi,:) + p_right * Tw(n_chi-1,:)) /
s_right; % 2nd order in non-uniform grid
%Tw(n_chi+1,:) = (4 * Tw(n_chi,:) - Tw(n_chi-1,:)) / 3;
% 2nd order in uniform grid
%T1(n_chi+1,:) = T1(n_chi,:) + d_chi * dT1_dchi(n_chi,:);

% yi = 0 (simetria)
```

```

T1(:,1) = (4 * T1(:,2) - T1(:,3)) / 3;
T2(:,1) = (4 * T2(:,2) - T2(:,3)) / 3;

% y2 = 1 (pared de intercambio - caso con transferencia longitudinal en
% la pared)

Tw2 = ( (4/3)*(T2(:,n_eta)/d_eta + lambdaw2*Tw(:,n_etaw)/d_etaw) -
(1/3)*(T2(:,n_eta-1)/d_eta + lambdaw2*Tw(:,n_etaw-1)/d_etaw) ) / (1/d_eta +
lambdaw2/d_etaw);
Tw1 = ( (4/3)*(T1(:,n_eta)/d_eta + lambdaw1*Tw(:,n_etaw)/d_etaw) -
(1/3)*(T1(:,n_eta-1)/d_eta + lambdaw1*Tw(:,n_etaw-1)/d_etaw) ) / (1/d_eta +
lambdaw1/d_etaw);

T2(:,n_eta +1) = Tw2;
Tw(:,n_etaw+1) = Tw2;
Tw(:,n_etaw) = Tw1;
T1(:,n_eta +1) = Tw1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% salida por pantalla
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if mod(j,2000) == 0

    if mod(j,50000) == 0
        eval(['save ',filename(1:length(filename)-
4), '_temp_',num2str(j), '.mat xil y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nu1 nuw nu2 xil
m k invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta CFL1 CFL2
CFLw'])
    end

    % Calculo de nu_i evaluando las derivadas en el fluido i

%     dT1_detawall = (3 * T1(:,n_eta+1) - 4 * T1(:,n_eta) + T1(:,n_eta-
1)) / (2*d_eta);
%     dT2_detawall = (3 * T2(:,n_eta+1) - 4 * T2(:,n_eta) + T2(:,n_eta-
1)) / (2*d_eta);
%     nu1_0 = dT1_detawall * (exp(alpha1)-1)/(alpha1*exp(alpha1));
%     nu2_0 = -k * dT2_detawall * (exp(alpha2)-1)/(alpha2*exp(alpha2));

    % Calculo de nu_i evaluando las derivadas en la pared

    dTw_detawall_2 = ( 3 * Tw(:,n_etaw+1) - 4 * Tw(:,n_etaw) +
Tw(:,n_etaw-1)) / (2*d_etaw);
    dTw_detawall_1 = (- 3 * Tw(:,n_etaw) + 4 * Tw(:,n_etaw-1) - Tw(:,
3)) / (2*d_etaw);

    nu2 = dTw_detawall_2 * kw / (1 - b_eta);
    nu1 = dTw_detawall_1 * kw / (1 - b_eta);

%     [nu1_0-nu1]'
%     [nu2_0-nu2]'

    % Calculo de nu_w

```

```

nuw = zeros(n_chi+1,1);
integrando = (dw*kw/Pe)*dTw_dchi.*(Gw./Hw)*d_etaw;
for i = 1:n_chi+1
    nuw(i) = simpson(integrando(i,:));
end

% Determinación del error numérico (máximo de los residuos)

error2 = max(max(abs(dT2_dt(2:n_chi,2:n_eta))));
errorw = max(max(abs(dTw_dt(2:n_chi,2:n_etaw))));
error1 = max(max(abs(dT1_dt(2:n_chi,2:n_eta))));
error = max([error1, errorw, error2]);

%Contour plot

if plotsolution

    figure(2)

    subplot(221)
    cla
    contourf(xiw/xiL,yw,Tw,[0:0.01:0.999])
    axis([0 1 -0.5 0.5])
    hold on
    plot(xiw/xiL,yw,'w.','markersize',1)
    xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
    ylabel('$y_w$', 'interpreter', 'latex')
    title(titulo1, 'interpreter', 'latex')
    drawnow

    subplot(223)
    cla
    plot(xi1(:,1)/xiL,T1(:,n_eta+1),'--b','linewidth',2)
    hold on
    plot(xi1(:,1)/xiL,T2(:,n_eta+1),'--r','linewidth',2)
    % plot(xi1(:,1)/xiL,T1_m,'b','linewidth',2); hold on
    % plot(xi1(:,1)/xiL,T2_m,'r','linewidth',2)
    % plot(xi1(end,1)/xiL,T1_m(end),'+b','linewidth',2); hold on
    % for j = 3:2:n_etaw-1;
plot(xiw(1:n_chi+1,j)/xiL,Tw(1:n_chi+1,j),'.-k'); end
    xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
    ylabel('$T_{\rm m1}$, $T_{\rm w1}$, $T_{\rm w2}$, $T_{\rm m2}$', 'interpreter', 'latex', 'verticalalignment', 'bottom')
    % title(['$T_{\rm m1,out}$ =
',num2str(T1_m(end),4), '$'], 'interpreter', 'latex')
    axis([0 1 0 1])
    grid on

    subplot(222)
    cla
    contourf(xi1/xiL,y1,T1,[0:0.05:0.999])
    hold on
    contourf(xi2/xiL,2-y2,T2,[0:0.05:0.999])
    plot([0 1],[1 1],'k','linewidth',1)
    xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')

```

```

    title(['$\epsilon$ =', num2str(error,4), '$'], 'interpreter', 'latex')
    %title(titulo2, 'interpreter', 'latex')
    caxis([0 1])
    axis([0 1 0 2 0 1])
    colorbar

    % subplot(224)
    % cla
    % plot(xi1(2:n_chi,1)/xiL,abs(T1(2:n_chi,n_eta+1)-
T2(2:n_chi,n_eta+1)),'-b','linewidth',2)
    % hold on
    % xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
    % ylabel('$T_{\rm w2} - T_{\rm w1}$', 'interpreter', 'latex', 'verticalalignment', 'bottom')
    % grid on

    subplot(224)
    cla

    plot(xi2(:,1)/xiL,nu2(:),'-r','linewidth',2)
    hold on
    plot(xi1(:,1)/xiL,nu1(:),'--c','linewidth',2)
    plot(xi1(:,1)/xiL,nuw(:),'-k','linewidth',2)
    xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')

    ylabel('$\nu_i$', 'interpreter', 'latex', 'verticalalignment', 'bottom')
    axis([0 1 0 max([nu1(3), nu2(n_chi-1)])])
    grid on

end

    info_label = ['[xiL, m, k, 1/kw, Pe, dw] = ', num2str(xiL), ', ',
    num2str(m), ', ', num2str(k), ', ', num2str(invkw), ', ', num2str(Pe), ', ',
    num2str(dw), ...
    ']', j = num2str(j), ' / error = ', num2str(error)];
    disp(info_label)

end

j = j + 1;

end

if (error > 1e10) disp(['overflow']); return; end

% Almacenamiento de los resultados

eval(['save ', filename, ' xi1 y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nu1 nuw nu2 xiL m k
invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta CFL1 CFL2 CFLw'])

% Representacion gráfica de los resultados

plot_results

```

```
return
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
filename = 'xiL0.125_m1_k2_invkw0.05_Pe50_dw0.1_50x50x25.mat';
eval(['load ',filename,' xiL y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nul nuw nu2 xiL m k
invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta CFL1 CFL2 CFLw'])
plot_results
```

A.2. Anexo 2. Subrutina de definición de parámetros de entrada.

```
clear
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% data_vector = [xiL m k invkw Pe deltaw n_chi n_eta n_etaw]; %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% xiL      =      L / (a1 Pe1)
% m        =      Pe2 a2 / (Pe1 a1)
% k        =      k2 a1 / (k1 a2)
% invkw    =      (dw/kw) / (a1/k1)
% Pe       =      Pe1
% dw       =      dw / a1
```

```
load_temp_solution = 0;
```

```
if load_temp_solution
```

```
    % En caso de querer continuar una iterando una solución temporal
    anterior
```

```
    %file_temp_solution =
'xiL0.125_m1_k1_invkw0.01_Pe50_dw1_50x25x12_temp_150000.mat';
    % counterflow_solver_axial_wall_conduction;
```

```
        return
```

```
else
```

```
% m=10/9
% k=1
% Kw=10000
% delta_w(gorro)/Xi_L=0.01
% 0.1<Xi_L<20
```

```
    % En caso de querer comenzar a iterar una solución con nuevos
    parámetros
```

```
    %Parámetros del problema
```

```
    xiL      = [0.125];
```

```
    m        = [1];
```



```

k          = [1];
int_invkw  = 1/30000;

%Parametros para la transferencia de calor longitudinal. Si no hay
%transferencia de calor longitudinal entonces dw = 0

Pe         = [50];
dw         = 2; %[0, 0.25, 0.5, 1, 2, 4];

%Parámetros de la malla

%n_chi     = [200];
%n_eta     = [100];
%n_etaw    = [50];

n_chi      = [50];
n_eta      = [25];
n_etaw     = [50];

for invkw = int_invkw
    data_vector = [xiL m k invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw];
    counterflow_solver_axial_wall_conduction;
end

return

end

A.3. Anexo 3. Subrutina de salida de resultados en gráficas

%filename = 'xiL0.125_m1_k2_invkw0.05_Pe50_dw0.1_200x100x50.mat';
%filename = 'xiL0.125_m1_k2_invkw0.05_Pe50_dw0.1_160x80x40.mat';
%filename = 'xiL0.125_m1_k2_invkw0.05_Pe50_dw0.1_100x50x25.mat';
%filename = 'xiL0.125_m1_k1_invkw0.01_Pe50_dw1_200x100x50.mat';
%filename = 'xiL0.125_m1_k1_invkw0.01_Pe50_dw1_200x100x50.mat'

filename = 'xiL0.125_m1_k1_invkw3.3333e-005_Pe50_dw2_50x25x50.mat'
%filename = 'xiL0.125_m1_k1_invkw0.01_Pe50_dw1_200x100x50.mat'

eval(['load ',filename,' xiL y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nul nuw nu2 xiL m k
invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta CFL1 CFL2 CFLw'])

disp([filename])

titulo1 =
['$\xi_L,m,k,1/k_w,Pe,\Delta_w$=[' ,num2str(xiL),',',num2str(m),',',num2str
(k),',',num2str(invkw),',',num2str(Pe),',',num2str(dw),']$'];
titulo2 =
['$[n_{\xi},n_{\eta},n_{\eta_w};a_{\xi},b_{\eta_w},\alpha_1]$=[' ,num2str(n_c
hi),',',num2str(n_eta),',',num2str(n_etaw),',',num2str(a_xi),',',num2str(b_
eta),',',num2str(alpha1),']$'];

% Definicion de la malla en el espacio numerico (chi,eta)

d_chi      = 1/n_chi;
d_eta      = 1/n_eta;

```

```
d_etaw = 1/n_etaw;

[chi,eta] = meshgrid([0:1/n_chi:1],[0:1/n_eta:1]);
chi = chi';
eta = eta';

[chiw,etaw] = meshgrid([0:1/n_chi:1],[0:1/n_etaw:1]);
chiw = chiw';
etaw = etaw';

% Calculo de la metrica y transformacion de la malla al espacio fisico
(xi,y)

[xi1,y1,F1,G1] = metrica(chi,eta,a_xi,alpha1,xiL);
[xi2,y2,F2,G2] = metrica(chi,eta,a_xi,alpha2,xiL);
[xiw,yw,Gw,Hw,GGw,HHw] = metrica_w(chiw,etaw,a_xi,b_eta,xiL);

% Cálculo de las temperaturas de mezcla

[ii,jj] = size(T1);
T1_m = zeros(ii,1);
T2_m = zeros(ii,1);

integrando1 = (3/2)*(1 - y1.^2).*T1./sqrt(F1)*d_eta;
integrando2 = (3/2)*(1 - y2.^2).*T2./sqrt(F2)*d_eta;

for i = 1:n_chi+1
    T1_m(i) = simpson(integrando1(i,:));
    T2_m(i) = simpson(integrando2(i,:));
end

dTwd_chi = zeros(size(chiw));
dTwd_chi(2:n_chi,:) = (Tw(3:n_chi+1,:) - Tw(1:n_chi-1,:)) / (2*d_chi);

dTwd_eta = zeros(size(chiw));
dTwd_eta(:,2:n_etaw) = (Tw(:,3:n_etaw+1) - Tw(:,1:n_etaw-1)) / (2*d_etaw);

nuw_bis = zeros(n_chi+1,1);
for i = 3:n_chi+1
    integrando = (nu1(1:i)-nu2(1:i))./G1(1:i,n_eta+1)*d_chi/(dw/Pe);
    nuw_bis(i) = simpson(integrando');
end

T2_m_out = T2_m(1);
nuw_bis_bis = (T1_m - m*k*(T2_m - T2_m_out))/(2*dw/Pe);

% Temperaturas de mezcla a la salida del cambiador

T2_m_out = T2_m(1);
T1_m_out = T1_m(n_chi+1);

% Fin del programa

T1(find(T1 < 0)) = 1e-4;
T1(find(T1 > 1)) = 1-1e-4;
```

```

T2(find(T2 < 0)) = 1e-4;
T2(find(T2 > 1)) = 1-1e-4;

% Dibujamos las figuras finales

% figure (1)
% contour(xi1/xiL,y1,T1,[0.05:0.05:0.999]);
% hold on
% contour(xi1/xiL,2-y2,T2,[0.05:0.05:0.999])
% plot([0 1],[1 1],'k')
% xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
% ylabel('$y$', 'interpreter', 'latex')
% caxis([0 1])
% axis([0 1 0 2])
% grid on
% title(['\alpha_1 = ', num2str(alpha1)])

figure(2)

subplot(221)
cla
contourf(xiw/xiL,yw,Tw, min(min(Tw)) + (max(max(Tw))-min(min(Tw))) *
[0:0.01:1])
axis([0 1 -0.5 0.5])
hold on
plot(xiw/xiL,yw,'w.','markersize',1)
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$y_w$', 'interpreter', 'latex')
title(titulo1, 'interpreter', 'latex')

subplot(223)
%cla
plot(xi1(:,1)/xiL,T1(:,n_eta+1),'--b','linewidth',2)
hold on
plot(xi1(:,1)/xiL,T2(:,n_eta+1),'--r','linewidth',2)
plot(xi1(:,1)/xiL,T1_m,'b','linewidth',2); hold on
plot(xi1(:,1)/xiL,T2_m,'r','linewidth',2)

%plot(xi1(:,1)/xiL,flipud(1-T1_m/(m*k)),'sr','linewidth',1)

plot(xi1(:,1)/xiL,T1_m-m*k*(T2_m-T2_m_out),'g','linewidth',2); hold on
plot(xi1(end,1)/xiL,T1_m(end),'+b','linewidth',2); hold on
for j = 3:2:n_etaw-1; plot(xiw(1:n_chi+1,j)/xiL,Tw(1:n_chi+1,j),'.-
k','markersize',4); end
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('$T_{\rm m1}$, $T_{\rm w1}$, $T_{\rm w2}$, $T_{\rm m2}$', 'interpreter', 'latex', 'verticalalignment', 'bottom')
title(['$T_{\rm m1,out}$ = ', num2str(T1_m(end),4), '$'], 'interpreter', 'latex')
axis([0 1 0 1])
grid on

subplot(222)
cla
contourf(xi1/xiL,y1,T1,[0:0.05:0.999])
hold on

```

```

contourf(xi2/xiL,2-y2,T2,[0:0.05:0.999])
plot([0 1],[1 1],'k','linewidth',1)
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter','latex')
%if exist('epsilon'), title(['$\epsilon = 
',num2str(error,4),'$'], 'interpreter','latex'); end
title(titulo2, 'interpreter','latex')
caxis([0 1])
axis([0 1 0 2 0 1])
colorbar

subplot(224)
%cla
plot(xi2(:,1)/xiL,nu2(:),'-r','linewidth',2)
hold on
plot(xi1(:,1)/xiL,nu1(:),'--c','linewidth',2)
plot(xi1(:,1)/xiL,nuw(:),'-k','linewidth',2)
plot(xi1(:,1)/xiL,nuw_bis(:),'k','linewidth',2)
plot(xi1(:,1)/xiL,nuw_bis_bis(:),'--g','linewidth',2)
xlabel('$\xi/\xi_L$', 'interpreter','latex')
ylabel('$\nu_i$', 'interpreter','latex','verticalalignment','bottom')
axis([0 1 0 max([nu1(3), nu2(n_chi-1)])])
grid on

return

figure(3)
clf
plot(xi1(:,1)/xiL,nu1(:)-nu2(:),'-r','linewidth',2)
hold on
plot(chi(:,1),(nu1(:)-nu2(:)),'-g')
plot(chi(:,1),(nu1(:)-nu2(:))./G1(:,n_eta+1)*d_chi/(dw/Pe),'--b')
plot(chi(:,1),1./G1(:,n_eta+1)*d_chi/(dw/Pe),'-c')
grid on

integrando = (nu1(:)-nu2(:))./G1(:,n_eta+1)*d_chi/(dw/Pe);
integral = simpson(integrando);
title(['$\int_0^{\xi_L} [\nu_2(\xi) - \nu_1(\xi)] d\xi = 
',num2str(integral),'$'], 'interpreter','latex')

figure(4)

if dw > 0
    contourf(xiw,yw*dw/Pe,Tw,min(min(Tw)) + (max(max(Tw))-min(min(Tw))) *
[0:0.01:1])
    hold on
    [xw_i,yw_i] = meshgrid([0:0.01:1]*xiL,[-0.5:0.2:0.5]);
    axis equal
    plot(xiw,yw*dw/Pe,'w.','markersize',6)
    grad_x =
interp2([xiw(2:n_chi,2:n_etaw)]',[yw(2:n_chi,2:n_etaw)]',[dT_w_dchi(2:n_chi,
2:n_etaw).*Gw(2:n_chi,2:n_etaw)]',xw_i,yw_i);
    grad_y =
interp2([xiw(2:n_chi,2:n_etaw)]',[yw(2:n_chi,2:n_etaw)]',[dT_w_deta(2:n_chi,
2:n_etaw).*Hw(2:n_chi,2:n_etaw)]',xw_i,yw_i)/(dw/Pe);
    H = quiver(xw_i,yw_i*dw/Pe,-grad_x,-grad_y,0.2,'+k','linewidth',1);
    hold on
    xlabel('$\xi$', 'interpreter','latex')

```

```
ylabel('$y_w$', 'interpreter', 'latex')
%axis([xiL/2 xiL/2+xiL/15 -0.5*dw/Pe 0.5*dw/Pe])
grid on
title(['\alpha_1 = ', num2str(alpha1)])
end

return

eval(['save ', filename, ' xi1 y1 T1 xiw yw Tw xi2 y2 T2 nu1 nuw nu2 xiL m k
invkw Pe dw n_chi n_eta n_etaw alpha1 alpha2 a_xi b_eta CFL1 CFL2 CFLw'])
```